

SAMPLE CONTENT

गणित भाग - I



IQB Important Question Bank

नवीन कृतिपत्रिका प्रारूपावर आधारित



इयत्ता
दहावी
(भराठी माध्यम)

Target Publications® Pvt. Ltd.

महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे - ०४ यांच्याद्वारे नियोजित
नवीन प्रश्नपत्रिका आराखड्यावर (२०१९-२०) आधारित

गणित भाग - I

IQB Important Question Bank

इयत्ता दहावी

ठळक वैशिष्ट्ये

- बोर्डाच्या नवीन प्रश्नपत्रिका आराखड्यानुसार (२०१९-२०) प्रश्नांची मांडणी.
- परीक्षेच्या दृष्टीने अत्यंत महत्त्वाच्या प्रश्नांचा समावेश.
- कमीत कमी वेळेत परीक्षेची उत्तम तयारी.
- स्वयंमूल्यापनाकरता नमुना प्रश्नपत्रिकेचा समावेश.
- नमुना प्रश्नपत्रिकेच्या उत्तरपत्रिकेसाठी **Q. R. Code** चा समावेश.

Printed at: **Quarterfold Printabilities**, Navi Mumbai

© Target Publications Pvt. Ltd.

No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, C.D.
ROM/Audio Video Cassettes or electronic, mechanical including photocopying, recording or by
any information storage and retrieval system without permission in writing from the Publisher.

प्रस्तावना

विद्यार्थी मित्रांनो,

इयत्ता दहावीच्या गणित भाग - I या विषयावर आधारित **Important Question Bank (IQB)** हे पुस्तक तुमच्या हाती सोपवताना आम्हांला आनंद होत आहे. महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे यांच्याद्वारे प्रकाशित सुधारित मूल्यमापन आराखड्याचा सखोल अभ्यास करून या पुस्तकाची निर्मिती केली आहे. IQB या पुस्तकात सर्वाधिक महत्वाच्या प्रश्नांचे संकलन केले आहे. त्यामुळे, या पुस्तकाच्या आधारे तुम्ही बोर्डाच्या परीक्षेला आत्मविश्वासाने सामोरे जाऊ शकाल.

विद्यार्थ्यांच्या सुलभ आकलनाकरता प्रत्येक प्रकरणातील प्रश्नांचे विविध प्रकार करून त्यांची गुणनिहाय विभागणीही केली आहे. 2019-20 च्या नवीन प्रश्नपत्रिका आराखड्यानुसार नियोजित प्रश्नप्रकारांच्या अधिक सरावाकरता नमुना प्रश्नपत्रिकेचा समावेश केला आहे.

नमुना प्रश्नपत्रिकेची 'नमुना उत्तरपत्रिका' Q. R. Code च्या माध्यमातून उपलब्ध करून दिलेली आहे.

परीक्षेत घवघवीत यश संपादन करून देण्यात हे पुस्तक नक्कीच उत्तम मार्गदर्शक ठरेल असा आम्हांला विश्वास वाटतो. पुस्तक उत्कृष्ट व्हावे यासाठी आम्ही सर्वतोपरी प्रयत्न केले आहेत. तरीही त्याची उत्कृष्टता अधिकाधिक वाढावी याकरता आपल्या सूचना स्वागतार्ह आहेत. याकरता आपला अभिप्राय mail@targetpublications.org या इ-मेल पत्त्यावर पाठवावा ही नम्र विनंती.

ज्ञानार्थीना मनःपूर्वक शुभेच्छा!

प्रकाशक

आवृत्ती: द्वितीय

Disclaimer

This reference book is transformative work based on 'Mathematics Part – I; First Edition: 2018' published by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. We the publishers are making this reference book which constitutes as fair use of textual contents which are transformed by adding and elaborating, with a view to simplify the same to enable the students to understand, memorize and reproduce the same in examinations.

This work is purely inspired upon the course work as prescribed by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. Every care has been taken in the publication of this reference book by the Authors while creating the contents. The Authors and the Publishers shall not be responsible for any loss or damages caused to any person on account of errors or omissions which might have crept in or disagreement of any third party on the point of view expressed in the reference book.

© reserved with the Publisher for all the contents created by our Authors.

No copyright is claimed in the textual contents which are presented as part of fair dealing with a view to provide best supplementary study material for the benefit of students.

प्रश्नपत्रिका आराखडा

- गणित भाग-I व गणित भाग-II याकरता प्रत्येकी 40 गुणांच्या स्वतंत्र प्रश्नपत्रिका असतील.
- प्रत्येक प्रश्नपत्रिकेचा कालावधी 2 तास असेल.

प्रश्न क्रमांक	प्रश्नांचे स्वरूप	एकूण गुण	विकल्पांसहित गुण
1.	(A) 4 पैकी 4 बहुपर्यायी प्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणांचे प्रश्न)	04	04
	(B) 4 पैकी 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणांचे प्रश्न)	04	04
2.	(A) उपप्रश्नांवर आधारित 3 पैकी 2 कृती करा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	04	06
	(B) 5 पैकी कोणतेही 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	08	10
3.	(A) उपप्रश्नांवर आधारित 2 पैकी 1 कृती करा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
	(B) 4 पैकी कोणतेही 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	06	12
4.	3 पैकी कोणतेही 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 4 गुणांचे प्रश्न) [पाठ्यपुस्तकाबाहेरील प्रश्न]	08	12
5.	2 पैकी कोणताही 1 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
एकूण गुण		40	60

प्रश्नप्रकारांनुसार गुणविभागणी	
सोपे प्रश्न	40%
मध्यम प्रश्न	40%
कठीण प्रश्न	20%

उद्दिष्टे	गणित भाग – I
ज्ञान	20%
आकलन	30%
उपयोजन	40%
कौशल्य	10%

[महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे - ०४]

प्रकरणनिहाय गुणविभागणी

अनु. क्र	प्रकरण	विकल्पांसहित गुण
1	दोन चलांतील रेषीय समीकरणे	12
2	वर्गसमीकरणे	12
3	अंकगणिती श्रेढी	08
4	अर्थनियोजन	08
5	संभाव्यता	08
6	सांख्यिकी	12
	एकूण	60

टीप: वरील सारणीत दिलेल्या प्रकरणनिहाय गुणविभागणीमध्ये जास्तीत जास्त 2 गुणांचा बदल करण्याचे स्वातंत्र्य राहील.

अनुक्रमणिका

प्रकरण क्र.	प्रकरणे	पृष्ठ क्र.
1	दोन चलांतील रेषीय समीकरणे	1
2	वर्गसमीकरणे	30
3	अंकगणिती श्रेढी	57
4	अर्थनियोजन	82
5	संभाव्यता	107
6	सांख्यिकी	131
	नमुना प्रश्नपत्रिका	171

प्रश्नपत्रिका आराखड्याचे विवेचन

विभाग 1: 1 गुणाचे प्रश्न

प्रकार A

या विभागातील प्रश्न बहुपर्यायी स्वरूपाचे असतील. त्यांची उत्तरे संक्षिप्त उकली किंवा गणितीय संकल्पनांचे प्रत्यक्ष उपयोजन करून काढता येतील.
प्रश्नपत्रिकेत प्र. 1 (A) मध्ये या स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश असेल.

प्रकार B

या विभागातील प्रश्नांची उत्तरे संक्षिप्त असून गणितीय संकल्पनांचे प्रत्यक्ष उपयोजन करून ही उत्तरे काढता येतील.
प्रश्नपत्रिकेत प्र. 1 (B) मध्ये या स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश असेल.

विभाग 2: 2 गुणांचे प्रश्न

प्रकार A

या विभागातील प्रश्न पाठ्यपुस्तकातील असून त्यांची उत्तरे एक किंवा दोन गणितीय संकल्पनांच्या उपयोजनाने संक्षिप्त स्वरूपात लिहावी लागतील.
प्रश्नपत्रिकेत प्र. 2 (B) मध्ये या स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश असेल.

प्रकार B

या विभागात कृतीवर आधारित प्रश्न असतील. रिकाम्या जागेच्या स्वरूपात सिद्धता व उकली विचारल्या जातील. या रिकाम्या जागा भरून सिद्धता व उकली पूर्ण कराव्यात.

प्रश्नपत्रिकेत प्र. 2 (A) मध्ये या स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश असेल.

विभाग 3: 3 गुणांचे प्रश्न

प्रकार A

या विभागात कृतीवर आधारित प्रश्न असतील. रिकाम्या जागेच्या स्वरूपात सिद्धता व उकली विचारल्या जातील. या रिकाम्या जागा भरून सिद्धता व उकली पूर्ण कराव्यात.

प्रश्नपत्रिकेत प्र. 3 (A) मध्ये या स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश असेल.

- **प्रकार B**

या विभागातील प्रश्न पाठ्यपुस्तकातील असून त्यांची उत्तरे दोन किंवा अधिक गणितीय संकल्पनांच्या उपयोजनाने विस्तृत स्वरूपात लिहावी लागतील.
प्रश्नपत्रिकेत प्र. 3 (B) मध्ये या स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश असेल.
- **प्रकार C**

या विभागामधील प्रश्न पाठ्यपुस्तकावर आधारित असून हे मुक्तोत्तरी स्वरूपाचे असतील. गणिती संकल्पनांचा दैनंदिन जीवनातील उपयोग लक्षात घेऊन, स्वतंत्र विचार करून विद्यार्थ्यांना हे प्रश्न सोडवावे लागतील.
प्रश्नपत्रिकेत प्र. 5 मध्ये या स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश असेल.

विभाग 4: 4 गुणांचे प्रश्न

या विभागातील प्रश्न हे पाठ्यपुस्तकाबाहेरचे; परंतु अभ्यासक्रमावर आधारित असतील. हे प्रश्न आव्हानात्मक स्वरूपाचे असतील. एकापेक्षा अधिक गणितीय संकल्पनांचा उपयोग हे प्रश्न सोडवताना करावा लागेल.
प्रश्नपत्रिकेत प्र. 4 मध्ये या स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश असेल.

प्रकरण
1

दोन चलांतील रेषीय समीकरणे

महत्वाची सूत्रे

क्रेमरची पद्धती:

$$\text{जर } a_1x + b_1y = c_1$$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ ही दोन चलांतील रेषीय समीकरणे असतील, तर

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \text{ आणि } D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$\therefore x = \frac{D_x}{D} \text{ आणि } y = \frac{D_y}{D}, \text{ येथे } D \neq 0$$

1.1

1 गुणाचे प्रश्न

प्रकार A

- खालीलपैकी दोन चलांतील रेषीय समीकरणे ओळखा.
(A) $\sqrt{3}x + \sqrt{5}y = 10$ (B) $5x - 0y - 14 = 0$
(C) $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 4$ (D) $3x^2 - 7y = 13$
- जर $x + y = 10$ आणि $x - y = 12$, तर
(A) $x = 11, y = 1$ (B) $x = 11, y = -1$
(C) $x = -11, y = 1$ (D) $x = -11, y = -1$
- जर $11x + 4y = 33$ आणि $4x + 11y = 12$, तर $x + y =$
(A) 3 (B) -3 (C) 5 (D) -5
- $4x + 5y = 19$ चा आलेख काढण्यासाठी $x = 1$ असताना y ची किंमत किती?
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) -3
- $$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(A) -1 (B) -41 (C) 41 (D) 1

6. जर $D_x = 20$ आणि $D = 5$, तर $x = \underline{\hspace{2cm}}$
- (A) 20 (B) 25 (C) 4 (D) $\frac{1}{4}$
7. $x + y = 3$; $3x - 2y - 4 = 0$ ही एकसामयिक समीकरणे सोडवण्यासाठी D ची किंमत काढा.
- (A) 5 (B) 1 (C) -5 (D) -1
8. खालील माहितीचे गणितीय रूप कोणते?
- लहान संख्येची (y) दुप्पट व मोठी संख्या (x) यांची बेरीज 12 आहे.
- (A) $2x + y = 12$ (B) $x - 2y = 12$
 (C) $x + 2y = 12$ (D) $2y - x = 12$

उत्तरे:

1. (A) 2. (B) 3. (A) 4. (B) 5. (D)
 6. (C) 7. (C) 8. (C)

कल्पना:

$$\begin{aligned} 2. \quad & x + y = 10 \\ & x - y = 12 \\ \hline & 2x = 22 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 11 \quad x = 11 \text{ ही किंमत } x + y = 10 \text{ मध्ये ठेवून,}$$

$$\begin{aligned} & 11 + y = 10 \\ & y = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad & 11x + 4y = 33 \\ & 4x + 11y = 12 \\ \hline & 15x + 15y = 45 \\ \therefore & x + y = 3 \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूना } 15 \text{ ने भागून}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad & x = 1 \text{ ही किंमत } 4x + 5y = 19 \text{ मध्ये ठेवून,} \\ & 4(1) + 5y = 19 \\ \therefore & 5y = 19 - 4 \\ \therefore & 5y = 15 \\ \therefore & y = 3 \end{aligned}$$

$$5. \quad \left| \begin{array}{cc} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{array} \right| = (5 \times -4) - (3 \times -7) = -20 - (-21) = -20 + 21 = 1$$



6. $x = \frac{D_x}{D} = \frac{20}{5} = 4$

7. $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 3 = -5$

सरावसंच

1. जर $x - y = 10$ आणि $x = 2y$, तर _____

- (A) $x = 20, y = 20$ (B) $x = 20, y = 10$
(C) $x = 20, y = 0$ (D) $x = -20, y = 10$

2. जर $15x + 12y = 9$ आणि $12x + 15y = 6$, तर $x - y =$ _____

- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

3. $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & \\ -1 & 3 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} =$ _____

- (A) $\frac{7}{6}$ (B) $-\frac{7}{6}$
(C) $\frac{1}{6}$ (D) $-\frac{1}{6}$

4. x व y ही चले असलेल्या एकसामयिक समीकरणासाठी जर $D_x = 49$, $D_y = -63$ व $D = 7$ असेल, तर $x =$ किती?

- (A) 7 (B) -7
(C) $\frac{1}{7}$ (D) $-\frac{1}{7}$

5. दोन संख्यांची बेरीज 35 असून त्यांच्यातील फरक 13 आहे, तर त्या दोन संख्या _____ आहेत.

- (A) 23 आणि 12 (B) 24 आणि 11
(C) 25 आणि 12 (D) 21 आणि 14

उत्तरे:

1. (B) 2. (A) 3. (A) 4. (A) 5. (B)

प्रकार B

1. जर $5x + 2y = 14$ आणि $2x + 5y = 7$, तर $x + y$ शोधा.

उकल: दिलेल्या समीकरणांची बेरीज करून,

$$\begin{array}{r} 5x + 2y = 14 \\ 2x + 5y = 7 \\ \hline 7x + 7y = 21 \end{array}$$

$$\therefore x + y = 3 \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंना } 7 \text{ ने भागून}]$$

2. X अक्ष आणि $x - y = 4$ या रेषेचा छेदनबिंदू काढा.

उकल: $x - y = 4$ या समीकरणात $y = 0$ टाकून,

$$x - 0 = 4$$

$$\therefore x = 4$$

X अक्ष आणि $x - y = 4$ या रेषेचा छेदनबिंदू $(4, 0)$ आहे.

3. $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & 0 \end{vmatrix}$ या निश्चयकांच्या किमती काढा.

$$\text{उकल: } \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & 0 \end{vmatrix} = (5 \times 0) - (3 \times -7) = 0 - (-21)$$

$$\therefore \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & 0 \end{vmatrix} = 21$$

4. जर $D_x = -30$ व $D = -5$ ह्या x व y चलांतील एकसामयिक समीकरणांच्या निश्चयकांच्या किमती आहेत, तर x चे मूळ्य काढा.

उकल: क्रेमरच्या पद्धतीनुसार,

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-30}{-5}$$

$$\therefore x = 6$$

5. दोन चलांचा वापर करून खालील माहिती गणितीय स्वरूपात मांडा. दोन संख्यांचे गुणोत्तर $3:8$ आहे.

उकल: समजा, दोन संख्या x व y मानू.

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore 8x = 3y$$

$\therefore 8x - 3y = 0$ हे मिळालेले समीकरण आहे.



सरावसंच

- जर $3x + 2y = 10$ आणि $2x + 3y = 15$, तर $x + y$ ची किमत काढा.
- Y अक्ष आणि $x + y = 6$ या रेषेचा छेदनबिंदू काढा.
- $\begin{vmatrix} 10 & -4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$ या निश्चयकाची किमत काढा.
- जर $D_y = 80$ आणि $D = 20$ ह्या x व y चलांतील एकसामायिक समीकरणांच्या निश्चयकांच्या किमती आहेत, तर y चे मूल्य काढा.
- दोन चलांचा वापर करून खालील माहिती गणितीय स्वरूपात मांडा. दोन टेबल आणि पाच खुर्चांची किमत ₹ 2200 आहे.

उत्तरे:

- | | | |
|------|---------------------|-------|
| 1. 5 | 2. (0, 6) | 3. 50 |
| 4. 4 | 5. $2x + 5y = 2200$ | |

1.2

2 गुणांचे प्रश्न

प्रकार A

- खालील एकसामायिक समीकरणे सोडवा.

$$x + 7y = 10; 3x - 2y = 7$$

उकल: $x + 7y = 10$

$$\therefore x = 10 - 7y \quad \dots(i)$$

$$3x - 2y = 7 \quad \dots(ii)$$

$x = 10 - 7y$ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,

$$3(10 - 7y) - 2y = 7$$

$$\therefore 30 - 21y - 2y = 7$$

$$\therefore -23y = 7 - 30$$

$$\therefore -23y = -23$$

$$\therefore y = \frac{-23}{-23} = 1$$

$y = 1$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$x = 10 - 7(1) = 10 - 7 = 3$$

$$\therefore (x, y) = (3, 1) \text{ ही दिलेल्या एकसामायिक समीकरणांची उकल आहे.}$$

2. जर $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ m & 3 \end{vmatrix} = 22$, तर m ची किंमत काढा.

उकल: $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ m & 3 \end{vmatrix} = 4(3) - 5(m) = 12 - 5m$

पण, $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ m & 3 \end{vmatrix} = 22$...[दिलेले]

$$\therefore 12 - 5m = 22$$

$$\therefore -5m = 22 - 12$$

$$\therefore -5m = 10$$

$$\therefore m = \frac{10}{-5} = -2$$

3. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीने सोडवण्यासाठी D_x व D_y च्या किंमती काढा.

$$3x - 4y = 10 ; 4x + 3y = 5$$

उकल: दिलेली एकसामयिक समीकरणे:

$$3x - 4y = 10 \quad \dots(i)$$

$$4x + 3y = 5 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) ही $ax + by = c$ या रूपात आहेत.

$$D_x = \begin{vmatrix} 10 & -4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = (10 \times 3) - (-4 \times 5) = 30 - (-20) = 30 + 20 = 50$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 10 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = (3 \times 5) - (10 \times 4) = 15 - 40 = -25$$

4. जर $\begin{vmatrix} x & y \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 2$ व $\begin{vmatrix} x & y \\ 8 & 5 \end{vmatrix} = -4$ तर या निश्चयकांवरून x व y चलातील दोन

एकसामयिक समीकरणे तयार करा व सोडवा.

उकल: $\begin{vmatrix} x & y \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 2$

$$\therefore 5x - 6y = 2 \quad \dots(i)$$

$$\begin{vmatrix} x & y \\ 8 & 5 \end{vmatrix} = -4$$

$$\therefore 5x - 8y = -4 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,



$$\begin{array}{r} 5x - 6y = 2 \\ 5x - 8y = -4 \\ \hline - \quad + \quad + \\ \hline 2y = 6 \end{array}$$

∴

$$y = 3$$

$y = 3$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$5x - 6(3) = 2$$

∴

$$5x = 2 + 18$$

∴

$$5x = 20$$

∴

$$x = 4$$

∴

$(x, y) = (4, 3)$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.

5. दोन संख्यांमधील फरक 3 असून मोठी संख्या आणि लहान संख्येची दुप्पट यांची बेरीज 15 आहे, तर लहान संख्या शोधा.

उकल: समजा, मोठी संख्या x आणि लहान संख्या y आहे.

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

$$x - y = 3 \quad \dots \text{(i)}$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

$$x + 2y = 15 \quad \dots \text{(ii)}$$

समीकरण (ii) मधून समीकरण (i) वजा करून,

$$x + 2y = 15$$

$$x - y = 3$$

$$\hline - \quad + \quad -$$

$$3y = 12$$

∴

$$y = \frac{12}{3} = 4$$

∴

लहान संख्या 4 आहे.

सरावसंच

1. खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

$$5x + 2y = -3; x + 5y = 4$$

2. जर $\begin{vmatrix} 2 & m \\ 5 & 16 \end{vmatrix} = -38$, तर m ची किंमत काढा.

3. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीने सोडण्यासाठी D_x व D_y च्या किमती काढा.

$$3x - y = 7; x + 4y = 11$$

4. $\begin{vmatrix} 1 & y \\ 4 & x \end{vmatrix} = 12$; $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ y & x \end{vmatrix} = 6$ या निश्चयकांवरून दोन एकसामयिक समीकरणे तयार करा व सोडवा.
5. दोन संख्यांची बेरीज 12 असेल आणि त्यामधील फरक 2 असेल, तर त्या संख्या शोधा.

उत्तरे:

1. $x = -1, y = 1$ 2. $\frac{14}{7, 5}$ 3. $D_x = 39, D_y = 26$
 4. $x = 0, y = -3$ 5. $\frac{7, 5}{2, 2}$

प्रकार B

1. खालील एकसामयिक समीकरण आलेखाने सोडवण्यासाठी सारणी पूर्ण करा.
 $3y - x = 4$.

x		5	2
y	0		2
(x, y)			(2, 2)

उत्तर:

x	-4	5	2
y	0	3	2
(x, y)	(-4, 0)	(5, 3)	(2, 2)

2. खालील कृती पूर्ण करा.

$$3x - 2y = 3$$

$$2x + y = 16$$

वरील समीकरणांच्या निश्चयकांच्या किमती काढा.

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 16 & 1 \end{vmatrix} = 35$$

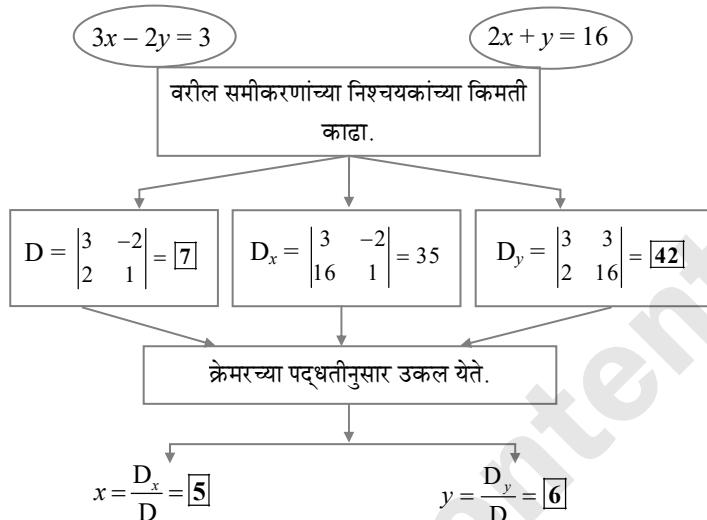
$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 16 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$$

क्रेमरच्या पद्धतीनुसार उकल येते.

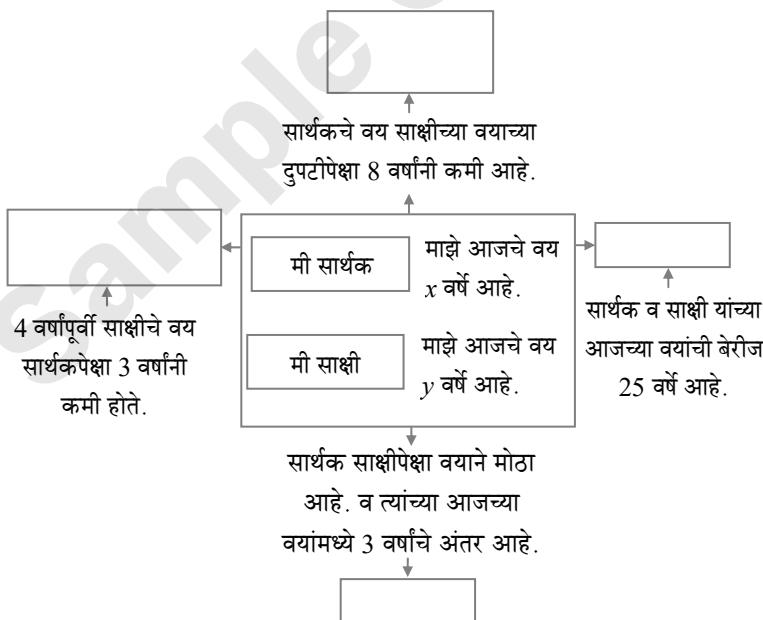
$$x = \frac{D_x}{D} = \boxed{\quad}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \boxed{\quad}$$

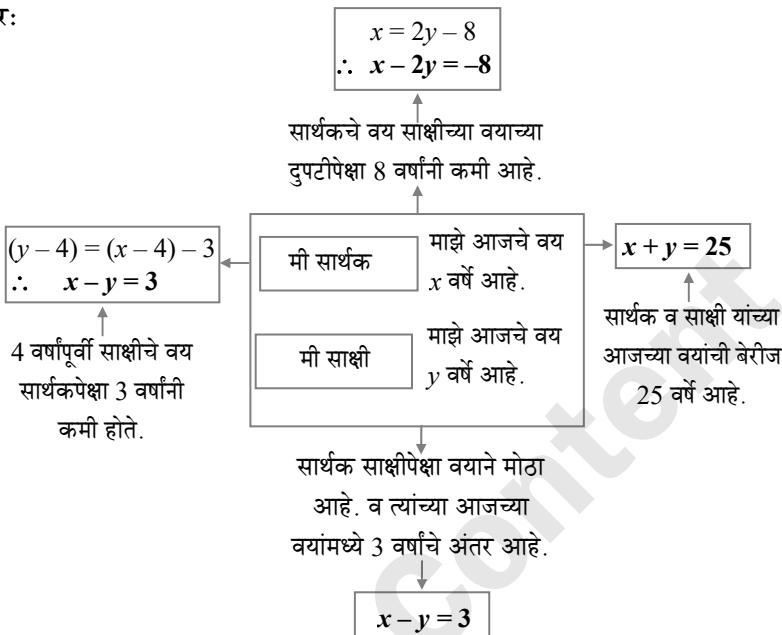
उत्तर:



3. पुढे चौकटींच्या खाली काही अटी दिल्या आहेत. त्यांवरून मिळणारी समीकरणे संबंधित चौकटींत लिहा.



उत्तर:



सरावसंच

1. खालील एकसामयिक समीकरण आलेखाने सोडवण्यासाठी सारणी पूर्ण करा.

$$2x + y = 8$$

x	0		3
y		4	2
(x, y)			(3, 2)

2. निश्चयक पद्धतीने दिलेली एकसामयिक समीकरणे सोडवण्यासाठी खालील चौकटी पूर्ण करा.

$$y + 2x - 19 = 0; 2x - 3y + 3 = 0$$

दिलेली समीकरणे $ax + by = c$ या स्वरूपात लिहून,

$$2x + y = 19$$

$$2x - 3y = -3$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$$



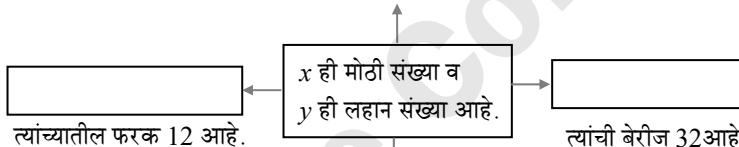
$$D_x = \begin{vmatrix} 19 & 1 \\ -3 & -3 \end{vmatrix} = -54$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 19 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$$

$$\therefore x = \boxed{\quad} \text{ व } y = \boxed{\quad}$$

3. पुढे चौकटींच्या खाली काही अटी दिल्या आहेत. त्यांवरून मिळणारी समीकरणे संबंधित चौकटीत लिहा.

लहान संख्या व मोठ्या संख्येची दुप्पट
यांची बेरीज 54 आहे.



मोठ्या संख्येचे लहान संख्येशी

असलेले गुणोत्तर $\frac{11}{5}$ आहे.

उत्तरे:

- | | | | | |
|----|------|----------------|-----|----------------|
| 1. | i. | 8 | ii. | (0, 8) |
| | iii. | 2 | iv. | (2, 4) |
| 2. | i. | - 8 | ii. | - 44 |
| | iii. | $\frac{27}{4}$ | iv. | $\frac{11}{2}$ |
| 3. | i. | $2x + y = 54$ | ii. | $x - y = 12$ |
| | iii. | $x + y = 32$ | iv. | $5x - 11y = 0$ |

1.3

3 गुणांचे प्रश्न

प्रकार A

1. चौकटीतील समीकरणांची उकल काढण्यासाठी खालील कृती करा.

$$\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2; \quad \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$$

$$\left(\frac{1}{x-1} \right) = m, \text{ व } \left(\frac{1}{y-2} \right) = n \text{ ठेवून,}$$

$$\left(\frac{1}{y-2} \right) = n \text{ ठेवून,}$$

नवी समीकरणे

$$6m - 3n = 1$$

समीकरणे सोडवून,

$$m = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}, \quad n = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

m व n च्या किमती ठेवून मिळारी समीकरणे

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{3}$$

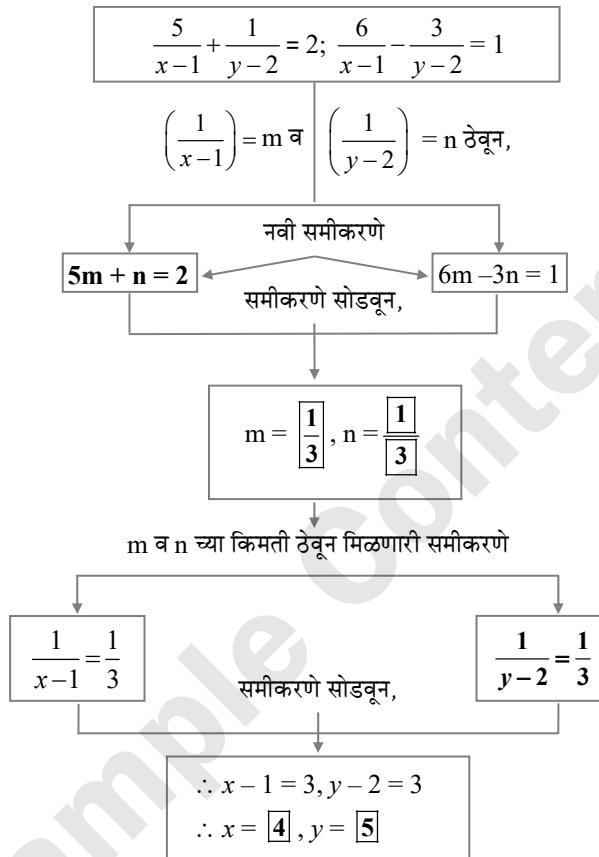
समीकरणे सोडवून,

$$\boxed{}$$

$$\therefore x = \boxed{}, y = \boxed{}$$



उत्तर:



2. एक दोन अंकी संख्या व तिच्या अंकांची अदलाबदल करून येणारी संख्या यांची बेरीज 143 आहे, जर दिलेल्या संख्येतील एकक स्थानचा अंक हा दशक स्थानच्या अंकापेक्षा 3 ने मोठा असेल, तर दिलेली मूळची संख्या कोणती? उत्तर काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.
- समजा, एकक स्थानचा अंक x
व दशक स्थानचा अंक y मानू.
- मूळ संख्या =
- अंकांची अदलाबदल करून मिळणारी संख्या = $10x + y$

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

दोन अंकी संख्या + अंकांची अदलाबदल करून मिळणारी संख्या = 143

$$\therefore \boxed{\quad} + 10x + y = 143$$

$$\therefore x + y = \boxed{\quad} \quad \dots(i)$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

एकक स्थानचा अंक = दशक स्थानचा अंक + 3

$$\therefore x = y + 3$$

$$\therefore x - y = 3 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व समीकरण (ii) यांची बेरीज करून,

$$x = \boxed{\quad}$$

x ची किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$\therefore y = \boxed{\quad}$$

$$\text{मूळ संख्या} = \boxed{\quad}$$

उत्तर:

समजा, एकक स्थानचा अंक x व दशक स्थानचा अंक y मानू.

$$\therefore \text{मूळ संख्या} = \boxed{10y + x}$$

अंकांची अदलाबदल करून मिळणारी संख्या $10x + y$

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

दोन अंकी संख्या + अंकांची अदलाबदल करून मिळणारी संख्या = 143

$$\therefore \boxed{10y + x} + 10x + y = 143$$

$$\therefore 11x + 11y = 143$$

$$\therefore x + y = \boxed{13} \quad \dots(i) [\text{दोन्ही बाजूंना } 11 \text{ ने भागून}]$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

एकक स्थानचा अंक = दशक स्थानचा अंक + 3

$$\therefore x = y + 3$$

$$\therefore x - y = 3 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व समीकरण (ii) यांची बेरीज करून,

$$\begin{array}{r} x + y = 13 \\ + x - y = 3 \\ \hline 2x = 16 \end{array}$$



$$\therefore x = \boxed{8}$$

x ची किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$x + y = 13$$

$$\therefore 8 + y = 13$$

$$\therefore y = \boxed{5}$$

$$\text{मूळ संख्या} = 10y + x = 10(5) + 8$$

$$= 50 + 8$$

$$= \boxed{58}$$

सरावसंच

1. चौकटीतील समीकरणांची उकल काढण्यासाठी खालील कृती करा.

$$\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4 ; \frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$$

$$\frac{1}{x+y} = p, \text{ व } \frac{1}{x-y} = q$$

नवी समीकरणे

$$15p - 5q = -2$$

समीकरणे सोडवून

$$p = \boxed{}, q = \boxed{}$$

p व q च्या किंमती ठेवून मिळणारी समीकरणे

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{5}$$

समीकरणे सोडवून

$$\boxed{}$$

$$x = \boxed{}, y = \boxed{}$$

2. मनीष आणि सविता यांच्या आजच्या वयांची बेरीज 31 वर्षे आहे. 3 वर्षांपूर्वी मनीषचे वय सविताच्या त्या वेळच्या वयाच्या चौपट होते, तर त्या दोघांची आजची वये काढा.

समजा, मनीषचे आजचे वय x वर्षे व सविताचे आजचे वय y वर्षे आहे.

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

$$x + y = \boxed{\quad} \quad \dots \text{(i)}$$

3 वर्षांपूर्वी,

मनीषचे वय $= (x - 3)$ वर्षे

सविताचे वय $= \boxed{\quad}$ वर्षे

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

$$(x - 3) = \boxed{\quad}$$

$$\therefore x - 4y = \boxed{\quad} \quad \dots \text{(ii)}$$

समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,

$$y = \boxed{\quad}$$

$y = 8$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$x = \boxed{\quad}$$

उत्तरे:

1. i. $10p + 2q = 4$ ii. $\frac{1}{5}$ iii. 1 iv. $\frac{1}{x-y} = 1$

v. 3 vi. 2

2. i. 31 ii. $(y-3)$ iii. $4(y-3)$ iv. -9

v. 8 vi. 23

प्रकार B

1. खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{3y} = \frac{1}{6}; \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 0$$

उक्कल: दिलेली एकसामयिक समीकरणे,

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{3y} = \frac{1}{6} \quad \dots \text{(i)}$$



$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 0 \quad \dots(ii)$$

$$\text{समजा, } \frac{1}{x} = p \text{ वर } \frac{1}{y} = q$$

\therefore समीकरण (i) आणि (ii) पुढीलप्रमाणे होतील,

$$2p + \frac{2}{3}q = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 6p + 2q = \frac{1}{2} \quad \dots(iii) [\text{दोन्ही बाजूना 3 ने गुणून}]$$

$$3p + 2q = 0 \quad \dots(iv)$$

समीकरण (iii) मधून समीकरण (iv) वजा करून,

$$6p + 2q = \frac{1}{2}$$

$$3p + 2q = 0$$

— — —

$$\underline{3p} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore p = \frac{1}{6}$$

$p = \frac{1}{6}$ ही किंमत समीकरण (iv) मध्ये ठेवून,

$$3\left(\frac{1}{6}\right) + 2q = 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} + 2q = 0$$

$$\therefore 2q = -\frac{1}{2} \quad \therefore q = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore (p, q) = \left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{4}\right)$$

p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{x} \text{ आणि } -\frac{1}{4} = \frac{1}{y}$$

$$\therefore x = 6 \text{ आणि } y = -4$$

$\therefore (x, y) = (6, -4)$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.

2. खालील एकसामयिक समीकरणे आलेखाने सोडवा.

$$3x - 4y = -7; 5x - 2y = 0$$

उकल: दिलेली एकसामयिक समीकरणे:

$$3x - 4y = -7$$

$$\therefore 4y = 3x + 7$$

$$\therefore y = \frac{3x + 7}{4}$$

x	-1	-5	3
y	1	-2	4
(x, y)	(-1, 1)	(-5, -2)	(3, 4)

$$5x - 2y = 0$$

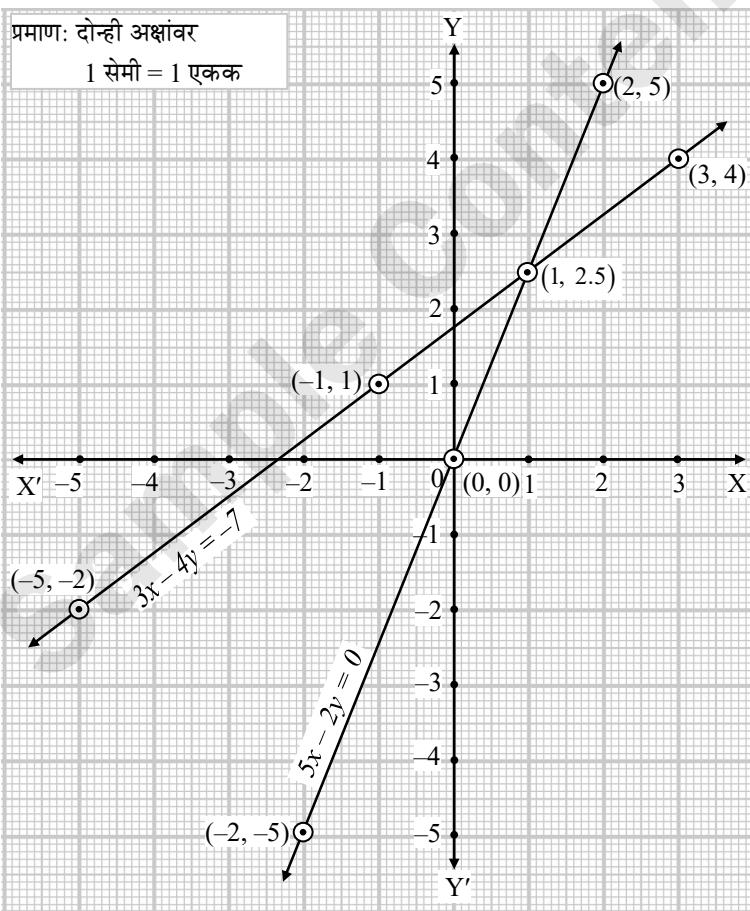
$$\therefore 2y = 5x$$

$$\therefore y = \frac{5}{2}x$$

x	0	2	-2
y	0	5	-5
(x, y)	(0, 0)	(2, 5)	(-2, -5)

प्रमाण: दोन्ही अक्षांवर

1 सेपी = 1 एकक





आलेख रेषांचा छेदनबिंदू $(1, 2.5)$ हा आहे.

$\therefore 3x - 4y = -7$ आणि $5x - 2y = 0$ या एकसामयिक समीकरणांची उकल $x = 1$ आणि $y = 2.5$ आहे.

3. एका अपूर्णांकाचा छेद हा अंशाच्या दुपटीपेक्षा 4 ने मोठा आहे. जर अंश आणि छेद दोन्ही 6 ने कमी केले, तर छेद हा अंशाच्या 12 पट होतो, तर तो अपूर्णांक काढा.

उकल: समजा, अपूर्णांकाचा अंश x व छेद y आहे.

$$\therefore \text{अपूर्णांक} = \frac{x}{y}$$

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

$$y = 2x + 4$$

$$\therefore 2x - y = -4 \quad \dots(i)$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

$$(y - 6) = 12(x - 6)$$

$$\therefore y - 6 = 12x - 72$$

$$\therefore 12x - y = 72 - 6$$

$$\therefore 12x - y = 66 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (ii) मधून समीकरण (i) वजा करून,

$$12x - y = 66$$

$$2x - y = -4$$

$$\begin{array}{r} - \\ + \\ \hline 10x \end{array} = 70$$

$$\therefore x = \frac{70}{10} = 7$$

$x = 7$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$2(7) - y = -4$$

$$\therefore 14 - y = -4$$

$$\therefore 14 + 4 = y$$

$$\therefore y = 18$$

$$\therefore \text{अपूर्णांक} = \frac{x}{y} = \frac{7}{18}$$

$$\therefore \text{तो अपूर्णांक } \frac{7}{18} \text{ आहे.}$$

सरावसंच

1. खालील एकसामयिक समीकरणे आलेखाने सोडवा.

$$2x + 3y = 12; x - y = 1$$

2. खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

$$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 1; \frac{8}{x} - \frac{9}{y} = 7$$

3. एका समद्विभुज त्रिकोणाची परिमिती 24 सेमी असून एकरूप बाजूंची लांबी ही पायाच्या लांबीच्या दुपटीपेक्षा 13 सेमीने कमी आहे, तर प्रत्येक बाजूंची लांबी काढा.

4. नाटकाच्या तिकीट विक्रीच्या पहिल्या दिवशी एकूण 35 तिकिटे विकली गेली. जर तिकिटाचे दर ₹ 20 व ₹ 40 प्रति तिकीट असतील आणि एकूण ₹ 900 रक्कम जमा झाली, तर प्रत्येक दराची एकूण किती तिकिटे विकली गेली?

उत्तरे:

1. $x = 3, y = 2$ 2. $x = 2, y = -3$ 3. 7 सेमी, 7 सेमी, 10 सेमी
4. ₹ 20 किमतीची 25 तिकिटे आणि ₹ 40 किमतीची 10 तिकिटे विकली.

प्रकार C

1. खालील निश्चयक x व y या दोन चलांतील एकसामयिक समीकरणांपासून घेतले आहेत.

$$D_x = \begin{vmatrix} -11 & a \\ 9 & -4 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} 3 & -11 \\ b & 9 \end{vmatrix}, D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix}$$

जर या समीकरणांची उकल $x = -1$ व $y = -4$ असेल, तर a व b च्या किमती काढा. तसेच, या निश्चयकांची एकसामयिक समीकरणे शोधा.

$$\text{उकल: } D_x = \begin{vmatrix} -11 & a \\ 9 & -4 \end{vmatrix} = 44 - 9a$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & -11 \\ b & 9 \end{vmatrix} = 27 + 11b$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix} = -12 - 14 = -26$$



क्रेमरच्या पद्धतीनुसार,

$$x = \frac{D_x}{D} \text{ आणि } y = \frac{D_y}{D}$$

$$\therefore -1 = \frac{44 - 9a}{-26} \text{ आणि } -4 = \frac{27 + 11b}{-26}$$

$$\therefore 44 - 9a = 26 \text{ आणि } 104 = 27 + 11b$$

$$\therefore 9a = 18 \text{ आणि } 11b = 77$$

$$\therefore a = 2 \text{ आणि } b = 7$$

$$\text{आता, } D_x = \begin{vmatrix} -11 & 2 \\ 9 & -4 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} 3 & -11 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}, D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix}$$

वरील निश्चयकांची तुलना

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}, D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \text{ शी करून,}$$

$$a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = -11 \text{ आणि}$$

$$a_2 = 7, b_2 = -4, c_2 = 9$$

\therefore दिलेल्या निश्चयकांची एकसामयिक समीकरणे

$$3x + 2y = -11 \text{ आणि } 7x - 4y = 9 \text{ ही आहेत.}$$

2. $ax + by = 9$ व $bx + ay = 5$ या रेषांच्या छेदनबिंदूचे निर्देशक $(3, -1)$ असतील, तर a व b च्या किमती शोधा.

उक्कल: $ax + by = 9$ व $bx + ay = 5$ या रेषांचा छेदनबिंदू $(3, -1)$ आहे.

\therefore छेदनबिंदू $(x, y) = (3, -1)$ खालील दोन समीकरणांचे समाधान करतो.

$$ax + by = 9 \quad \dots(i)$$

$$\text{आणि } bx + ay = 5 \quad \dots(ii)$$

वरील समीकरणांमध्ये $x = 3$ व $y = -1$ ठेवून,

$$3a - b = 9 \quad \dots(iii)$$

$$\text{आणि } 3b - a = 5 \quad \dots(iv)$$

समीकरण (iv) ला 3 ने गुणून,

$$-3a + 9b = 15 \quad \dots(v)$$

समीकरण (iii) व (v) बेरीज करून,

$$3a - b = 9$$

$$-3a + 9b = 15$$

$$\hline$$

$$8b = 24$$

$$\text{आणि } 3b - a = 5 \quad \dots(\text{iv})$$

समीकरण (iv) ला 3 ने गुणून,

$$-3a + 9b = 15 \quad \dots(\text{v})$$

समीकरण (iii) व (v) बेरीज करून,

$$3a - b = 9$$

$$-3a + 9b = 15$$

$$8b = 24$$

$$\therefore b = \frac{24}{8}$$

$$\therefore b = 3$$

समीकरण (iii) मध्ये, $b = 3$ ठेवून,

$$3a - 3 = 9$$

$$\therefore 3a = 12$$

$$\therefore a = \frac{12}{3} = 4$$

$$\therefore a = 4 \text{ आणि } b = 3$$

3. दोन चलांतील एकसामयिक रेषीय समीकरणांवर आधारित असे शाब्दिक उदाहरण तयार करा ज्यामध्ये एका चलाची किंमत 10 (माणसे, स्पर्ये, मीटर, वर्षे, इत्यादी) असेल. ते उदाहरण सोडवा.

उकल: शाब्दिक उदाहरण:

मनिषा आणि तुषार यांच्या आजच्या वयांची बेरीज 35 वर्षे आहे. 5 वर्षांपूर्वी, मनिषाचे वय तुषारच्या वयाच्या चौपट होते, तर त्यांचे आजचे वय काढा.

वरील शाब्दिक उदाहरणाची उकल:

समजा, मनिषा व तुषार यांचे आजचे वय अनुक्रमे x वर्षे आणि y वर्षे आहे.

पहिल्या अटीनुसार,

$$x + y = 35 \quad \dots(\text{i})$$

5 वर्षांपूर्वी,

मनिषाचे वय $= (x - 5)$ वर्षे

तुषारचे वय $= (y - 5)$ वर्षे

दुसऱ्या अटीनुसार,

$$(x - 5) = 4(y - 5)$$

$$\therefore x - 5 = 4y - 20$$

$$\therefore x - 4y = -15 \quad \dots(\text{ii})$$

$$\therefore x = 35 - 10$$

$$\therefore x = 25 \text{ वर्षे}$$

\therefore तुषारचे आजचे वय 10 वर्षे आणि मनिषाचे आजचे वय 25 वर्षे आहे.

4. $x - 2y = 4$ आणि $2x - 4y = 12$ या समीकरणांचे आलेख एकाच निर्देशकपद्धतीवर काढा. आलेखांचे निरीक्षण करा. x आणि y चे सहगुणक, तसेच स्थिरपदे यांच्यातील संबंधांचा विचार करून निष्कर्ष काढा.

उकल: $x - 2y = 4$

$$2x - 4y = 12$$

$$\therefore 2y = x - 4$$

$$\therefore x - 2y = 6 \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूना } 2 \text{ ने भागून}]$$

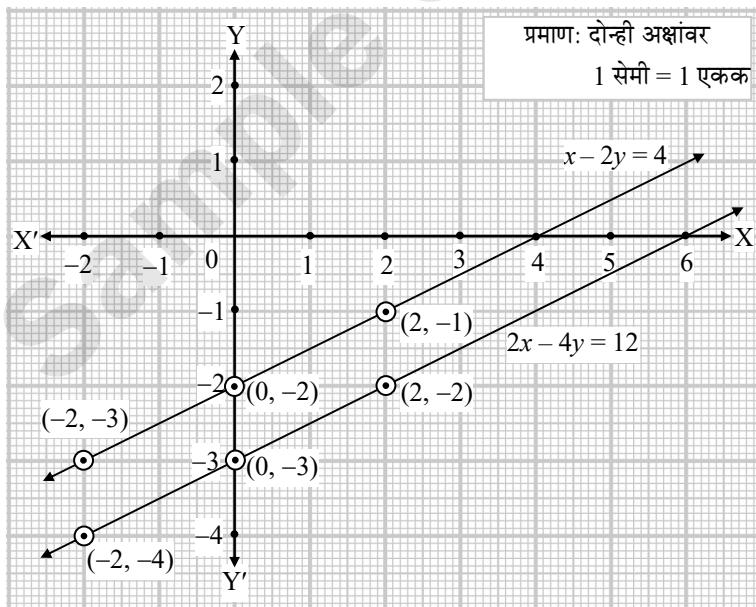
$$\therefore y = \frac{x-4}{2}$$

$$\therefore 2y = x - 6$$

$$\therefore y = \frac{x-6}{2}$$

x	0	2	-2
y	-2	-1	-3
(x, y)	(0, -2)	(2, -1)	(-2, -3)

x	0	-2	2
y	-3	-4	-2
(x, y)	(0, -3)	(-2, -4)	(2, -2)



$$x \text{ च्या सहगुणकांचे गुणोत्तर} = \frac{1}{2}$$

$$y \text{ च्या सहगुणकांचे गुणोत्तर} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{स्थिरपदांचे गुणोत्तर} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$\therefore x$ च्या सहगुणकांचे गुणोत्तर $= y$ च्या सहगुणकांचे गुणोत्तर \neq स्थिरपदांचे गुणोत्तर

जर x च्या सहगुणकांचे गुणोत्तर $= y$ च्या सहगुणकांचे गुणोत्तर \neq स्थिरपदांचे गुणोत्तर, तर दोन एकसामयिक समीकरणांचे आलेख समांतर रेषा असतात.

सरावसंच

1. $x + 2y = 4; 3x + 6y = 12$ ही एकसामयिक समीकरणे दिलेली आहेत, ती आलेख पद्धतीने सोडवण्यासाठी निश्चित केलेल्या काही क्रमित जोड्या खालीलप्रमाणे आहेत.

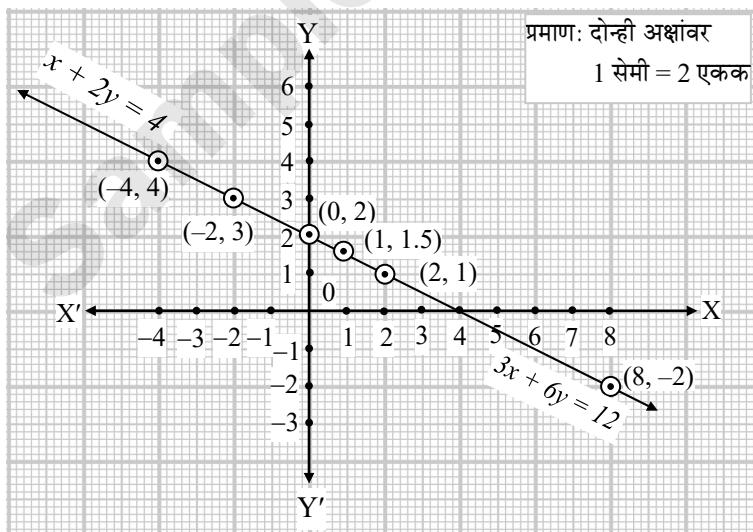
$$x + 2y = 4$$

$$3x + 6y = 12$$

x	-2	0	2
y	3	2	1
(x, y)	(-2, 3)	(0, 2)	(2, 1)

x	-4	1	8
y	4	1.5	-2
(x, y)	(-4, 4)	(1, 1.5)	(8, -2)

या क्रमित जोड्या स्थापन करून काढलेला आलेख खाली दिला आहे. त्याचे निरीक्षण करा आणि दिलेल्या प्रश्नावर चर्चा करा.



- वरील दोन्ही समीकरणांचे आलेख एकच आहेत की भिन्न आहेत?
 - $x + 2y = 4$ आणि $3x + 6y = 12$ या एकसामयिक समीकरणांच्या उकली कोणत्या? त्या किती आहेत?
 - वरील दोन्ही समीकरणांतील x चे सहगुणक, y चे सहगुणक आणि स्थिरपदे यांमध्ये कोणता संबंध दिसून येतो?
 - दोन समीकरणे दिली असता त्या समीकरणांचे आलेख ही एकच रेषा असते यावरून कोणता निष्कर्ष काढता येईल?
2. जर $ax + by = 7$ आणि $bx + ay = 5$ या रेषांच्या छेदनबिंदूचे निर्देशक $(3, 1)$ आहे, तर a आणि b च्या किमती काढा.

उत्तरे:

- i. एकच आहेत.
ii. $(-2, 3), (0, 2), (1, 1.5)$, इत्यादी.
अनंत उकली आहेत.
iii. x च्या सहगुणकांचे गुणोत्तर $= y$ च्या सहगुणकांचे गुणोत्तर $=$ स्थिर पदांचे गुणोत्तर
iv. दिलेल्या दोन समीकरणांचे आलेख ही एकच रेषा असेल, तर त्या समीकरणांच्या अनंत उकली असतात.
- $a = 2$ आणि $b = 1$

1.4

4 गुणांचे प्रश्न

1. एकाच आलेख कागदावर $4x + 3y = 24$ व $3y = 4x + 24$ या समीकरणांना दर्शवणारे आलेख काढा. दोन्ही रेषांच्या छेदनबिंदूचे निर्देशक लिहा आणि X-अक्ष व या रेषांनी तयार झालेल्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफल काढा.

उकल: $4x + 3y = 24$

$3y = 4x + 24$

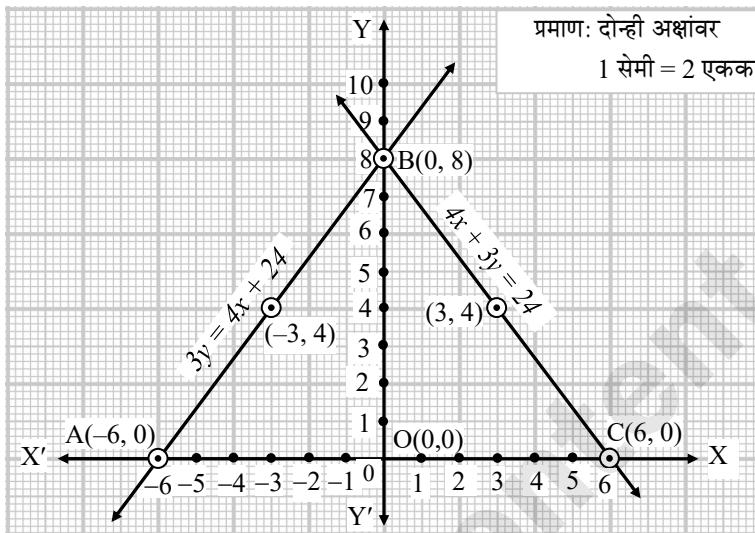
$$\therefore y = \frac{24 - 4x}{3}$$

$$\therefore y = \frac{4x + 24}{3}$$

x	0	3	6
y	8	4	0
(x, y)	$(0, 8)$	$(3, 4)$	$(6, 0)$

x	0	-3	-6
y	8	4	0
(x, y)	$(0, 8)$	$(-3, 4)$	$(-6, 0)$

प्रमाण: दोन्ही अक्षांवर
1 सेमी = 2 एकक



\therefore आलेखरेषांचा छेदनबिंदू $(0, 8)$ आहे.

आलेखावरून, आपल्याला $\triangle ABC$ मिळतो, येथे BO ही त्रिकोणाची उंची असून AC हा पाया आहे.

आता $l(AC) = 12$ सेमी व $l(BO) = 8$ सेमी

$$\therefore \Delta ABC \text{ चे क्षेत्रफळ} = \frac{1}{2} \times l(AC) \times l(BO) = \frac{1}{2} \times 12 \times 8$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ चे क्षेत्रफळ} = 48 \text{ सेमी}^2$$

2. दोन संख्यांची बेरीज 97 आहे. मोठ्या संख्येला लहान संख्येने भागले असता, भागाकार 7 व बाकी 1 येते, तर त्या संख्या शोधा.

उकल: समजा, मोठी संख्या x व लहान संख्या y आहे.

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

$$x + y = 97 \quad \dots(i)$$

आता, भाज्य = भाजक \times भागाकार + बाकी

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

$$x = y \times 7 + 1$$

$$\therefore x = 7y + 1$$

$$\therefore x - 7y = 1 \quad \dots(ii)$$



समीकरण (i) मधून (ii) वजा करून,

$$x + y = 97$$

$$x - 7y = 1$$

$$\begin{array}{r} - + - \\ \hline 8y = 96 \end{array}$$

$$\therefore y = \frac{96}{8} = 12$$

$y = 12$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$x + 12 = 97$$

$$\therefore x = 97 - 12 = 85$$

\therefore त्या दोन संख्या 85 व 12 आहेत.

3. एका तीन अंकी संख्येच्या अंकांची बेरीज 12 आहे. मधला अंक हा इतर दोन अंकांच्या बेरजेच्या निम्मा आहे. अंकांची अदलाबदल केली असता, मूळ संख्या 198 ने कमी होते, तर मूळची संख्या शोधा.

उकल: समजा, शातक स्थानचा अंक x व एकक स्थानचा अंक y आहे.

अंक	H	T	U
मूळ संख्या	x	$\frac{1}{2}(x + y)$	y
अदलाबदल करून येणारी संख्या	y	$\frac{1}{2}(y + x)$	x

पहिल्या अटीनुसार,

$$x + \frac{1}{2}(x + y) + y = 12$$

$$\therefore 2x + x + y + 2y = 24$$

$$\therefore 3x + 3y = 24$$

$$\therefore x + y = 8 \quad \dots(i)$$

$$\text{मूळ संख्या} = 100x + 10\left[\frac{1}{2}(x + y)\right] + y$$

$$= 100x + 5x + 5y + y$$

$$= 105x + 6y$$

$$\text{अदलाबदल करून येणारी संख्या} = 100y + 10\left[\frac{1}{2}(y + x)\right] + x$$

$$= 100y + 5y + 5x + x$$

$$= 6x + 105y$$

दुसऱ्या अटीनुसार,

$$6x + 105y = 105x + 6y - 198$$

$$\therefore -99x + 99y = -198$$

$$\therefore x - y = 2 \quad \dots \text{(ii)}$$

समीकरण (i) आणि समीकरण (ii) यांची बेरीज करून,

$$x + y = 8$$

$$\begin{array}{r} x - y = 2 \\ x + y = 8 \\ \hline 2x = 10 \end{array}$$

$$\therefore x = 5$$

x ची किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$5 + y = 8$$

$$\therefore y = 3$$

$$\text{मधला अंक} = \frac{1}{2} (x + y) = \frac{1}{2} (5 + 3) = 4$$

$$\therefore \text{मूळ संख्या} = 543$$

4. एकूण 900 किमी अंतरापैकी, वसंतरावांनी काही अंतर बसने ताशी 60 किमी या वेगाने व उरलेले अंतर ट्रेनने ताशी 90 किमी या वेगाने पार केले. त्यांना एकूण प्रवासाकरता 13 तास लागले, तर त्यांनी बसने पार केलेले अंतर काढा. (दोन चल वापरा.)

उक्तल: समजा, वसंतरावांनी बसने ताशी 60 किमी या वेगाने x तास प्रवास केला व ट्रेनने ताशी 90 किमी या वेगाने y तास प्रवास केला.

$$\text{अंतर} = \text{वेग} \times \text{काल}$$

$$\text{बसने पार केलेले अंतर} = 60x$$

$$\text{ट्रेनने पार केलेले अंतर} = 90y$$

पहिल्या अटीनुसार,

$$60x + 90y = 900$$

$$\therefore 2x + 3y = 30 \quad \dots \text{(i)} [\text{दोन्ही बाजूंना } 30 \text{ ने भागून}]$$

दुसऱ्या अटीनुसार,

$$x + y = 13 \quad \dots \text{(ii)}$$

समीकरण (ii) ला 3 ने गुणून,

$$3x + 3y = 39 \quad \dots \text{(iii)}$$



समीकरण (iii) मधून समीकरण (i) वजा करून,

$$3x + 3y = 39$$

$$2x + 3y = 30$$

$$\begin{array}{r} - & - & - \\ \hline x & & 9 \end{array}$$

∴ बसने पार केलेले अंतर $= 60x = 60 \times 9 = 540$ किमी

सरावसंच

- पुढील एक सामयिक समीकरणे आलेख पद्धतीने सोडवा:
 $2x + y = 6$; $2x - y + 2 = 0$.
या रेषांनी X-अक्ष व Y-अक्षाशी तयार केलेल्या त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर काढा.
- एका गाडीने 555 किमी प्रवासाचा काही भाग ताशी 60 किमी वेगाने पार केला. नंतर गाडीचा वेग ताशी 15 किमी वाढवून उरलेला प्रवास पूर्ण केला. जर एकूण 8 तासांत गाडीने सर्व प्रवास पूर्ण केला असेल, तर ताशी 60 किमी या वेगाने त्या गाडीने किती किमी प्रवास केला व त्यासाठी त्या गाडीला किती वेळ लागला?
- एक नाव प्रवाहाच्या दिशेने 40 मिनिटांत 8 किमी जाते व 1 तासात परत येते, तर नावेचा संथ पाण्यातील वेग व प्रवाहाचा वेग काढा.

उत्तरे:

- $(1, 4)$; $\frac{4}{1}$
- 3 तास; 180 किमी
- नावेचा संथ पाण्यातील वेग 10 किमी/तास आहे व प्रवाहाचा वेग 2 किमी/तास आहे.



AVAILABLE BOOKS:

- Pre-Primary
- MH State Board
 - └ Std. I - X ▶ Eng. & Mar. Med.
 - └ Std. XI - XII ▶ Sci. & Com. (Eng. Med.)

- CBSE
 - └ Class X ▶ Eng. Med.

- Entrance Exams
 - └ Medical ▶ NEET, Online & Offline Test Series
 - └ Engineering ▶ MHT - CET, JEE (Main), Online & Offline Test Series

- General
 - └ Basics of Calculus Simplified
 - └ Career Margdarshak



A collection of Model Question Papers & Solutions of Std. X (Eng., Mar. & Semi Eng. Med.) based on NEW PAPER PATTERN



A collection of Model Question Papers & Solutions of Std. X (Mar. Med.) based on NEW PAPER PATTERN

Visit Our Website

Target Publications® Pvt. Ltd.
Transforming lives through learning.

Address:

2nd floor, Aroto Industrial Premises CHS,
Above Surya Eye Hospital, 63-A, P. K. Road,
Mulund (W), Mumbai 400 080

Tel: 88799 39712 / 13 / 14 / 15

Website: www.targetpublications.org

Email: mail@targetpublications.org



Subscribe to
our channel



Like our
page

