

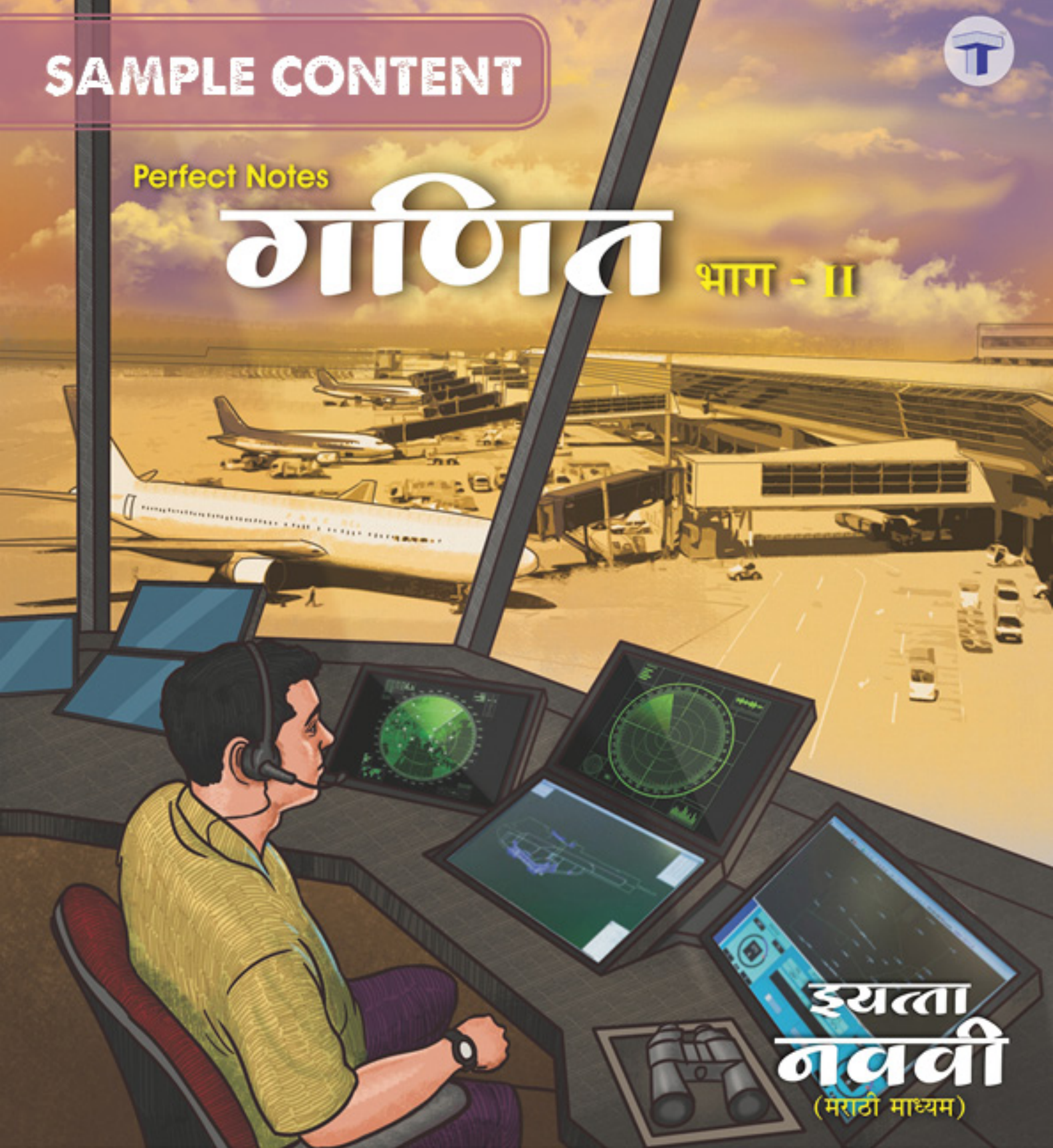
SAMPLE CONTENT



Perfect Notes

गणित

भाग - II



इयत्ता
नववी

(मराठी माध्यम)

Target Publications Pvt. Ltd.

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे
यांच्याद्वारे शैक्षणिक वर्ष 2017-2018 मधील नियोजित नवीन अभ्यासक्रमावर आधारित.

गणित भाग - II

इयत्ता नववी

ठळक वैशिष्ट्ये:

- नवीन अभ्यासक्रमावर आधारित.
- संपूर्ण अभ्यासक्रमाचा परिपूर्ण आढावा.
- प्रत्येक प्रकरणाच्या सुरुवातीला प्रश्नांची प्रश्न प्रकारांनुसार विभागणी.
- सर्व प्रकारच्या प्रश्नांची सविस्तर उकल.
- सरावासाठी अधिक प्रश्न.
- स्पर्धापरीक्षांच्या सरावासाठी बहुपर्यायी प्रश्न.
- प्रत्येक प्रकरणावर आधारित सराव परीक्षा.
- आकृत्यांचा योग्य मापांसहित समावेश.

Printed at: **India Printing Works, Mumbai**

© Target Publications Pvt. Ltd.

No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, C.D. ROM/Audio Video Cassettes or electronic, mechanical including photocopying; recording or by any information storage and retrieval system without permission in writing from the Publisher.

P.O. No. 114753

TEID: 12572_JUP

प्रस्तावना

नमस्कार,

शिक्षण मंडळाचा 'इयत्ता नववी गणित (भाग- II)' चा नवीन अभ्यासक्रम पूर्वीच्या तुलनेत फार कल्पक व मुलांच्या दैनंदिन जीवनातील गणितीय संकल्पना स्पष्ट करणारा आहे, त्यामुळे अशा नावीन्यपूर्ण अभ्यासक्रमावर आधारित पुस्तक तयार करण्याचे आव्हान आमच्यासमोर होते. हे आव्हान पेलत टारगेट प्रकाशनाचे इयत्ता नववी गणित (भाग- II) हे पुस्तक विद्यार्थ्यांच्या हाती देताना आम्हांला आनंद होत आहे.

नववी हा दहावीचा पाया असल्याने, या इयत्तेतील गणितीय संकल्पनांचा परिणाम थेट विद्यार्थ्यांच्या पुढील शैक्षणिक वर्षातील प्रगतीवर होतो, त्यामुळे संकल्पनांच्या प्रभावी मांडणीवर आम्ही या पुस्तकात भर दिला आहे. मुलांना या संकल्पना समजल्या, की रोजच्या व्यवहारात त्या अंमलात आणणे त्यांना सहज शक्य होईल.

सुलभ आकलनासाठी प्रकरणातील सर्व सरावसंच, संकीर्ण प्रश्नसंग्रह व सरावाची अधिक उदाहरणे यांची प्रश्न प्रकारांनुसार विभागणी केली आहे. प्रत्येक सरावसंचाच्या विभागात विविध गणिती संकल्पनांचा अत्यंत सोप्या भाषेत परिचय करून दिला आहे. प्रकरणातील विषयाशी संबंधित पाठ्यपुस्तकातील, तसेच अधिकची गणिते सोडवून दाखवली आहेत.

'सरावासाठी अधिक उदाहरणे' या विभागात मुलांच्या उत्तम सरावासाठी प्रत्येक सरावसंचावर आधारित अधिकचे प्रश्न व त्यांची उत्तरे दिली आहेत. यामुळे, विद्यार्थ्यांचे आकलन वाढण्यास निश्चित मदत होईल. पाठ्यपुस्तकातील सोडवलेल्या उदाहरणांचा समावेशही या पुस्तकात केला आहे.

'उपक्रम / प्रकल्प' विभागात, पाठ्यपुस्तकातील सर्व उपक्रम व कृतींवर आधारित प्रश्न आवश्यक तेथे सोडवून दिले आहेत.

स्वयंमूल्यमापनासाठी प्रत्येक प्रकरणाच्या शेवटी 'सराव परीक्षा' समाविष्ट केली आहे. विद्यार्थ्यांचे प्रकरणाचे आकलन जोखण्यासाठी या परीक्षा निश्चितच प्रभावी ठरतील. या परीक्षांमध्ये बहुपर्यायी स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश केला आहे, ज्यामुळे गणिताच्या स्पर्धापरीक्षा देणाऱ्या विद्यार्थ्यांना याद्वारे सरावही करता येईल.

या पुस्तकाचे वैशिष्ट्य म्हणजे, यातील सर्व आकृत्या नीटनेटक्या, सुरेख, योग्य नावांसहित व सर्वांत महत्त्वाचे म्हणजे योग्य मापांसहित देण्यात आल्या आहेत.

हे पुस्तक उत्कृष्ट व्हावे यासाठी आम्ही सर्वतोपरी प्रयत्न केले आहेत, तरी आपल्या काही सूचना असल्यास आम्हांला अवश्य कळवा. आपला अभिप्राय पुढील ई मेल पत्त्यावर पाठवावा ही विनंती: mail@targetpublications.org

अभिनव अभ्यासासाठी विद्यार्थ्यांना खूप खूप शुभेच्छा!

प्रकाशक

Edition: First

Disclaimer

This reference book is transformative work based on textual contents published by Bureau of Textbook. We the publishers are making this reference book which constitutes as fair use of textual contents which are transformed by adding and elaborating, with a view to simplify the same to enable the students to understand, memorize and reproduce the same in examinations.

This work is purely inspired upon the course work as prescribed by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. Every care has been taken in the publication of this reference book by the Authors while creating the contents, the Authors and the Publishers shall not be responsible for any loss or damages caused to any person on account of errors or omissions which might have crept in or disagreement of any third party on the point of view expressed in the reference book.

© reserved with the Publisher for all the contents created by our Authors.

No copyright is claimed in the textual contents which are presented as part of fair dealing with a view to provide best supplementary study material for the benefit of students.

अनुक्रमणिका

क्रमांक	प्रकरणे	पृष्ठ क्र.
1	भूमितीतील मूलभूत संबोध	1
2	समांतर रेषा	19
3	त्रिकोण	41
4	त्रिकोण रचना	83
5	चौकोन	97
6	वर्तुळ	135
7	निर्देशक भूमिती	163
8	त्रिकोणमिती	184
9	पृष्ठफळ व घनफळ	200

पाठ्यपुस्तकातील सोडवलेली उदाहरणे “+” या चिन्हाने दर्शवली आहेत.

2

समांतर रेषा

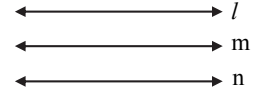
प्रश्न प्रकार	सरावसंच	प्रश्न क्रमांक
समांतर रेषा, आंतरकोनांचे प्रमेय, संगत कोनांचे व व्युत्क्रम कोनांचे गुणधर्म	2.1	प्र.1, 2, 3, 4, 5
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.1 वर आधारित)	प्र.1, 2, 3, 4, 5, 6
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह -2	प्र.3, 5, 6, 7
रेषांच्या समांतरतेच्या कसोट्या (आंतरकोन कसोटी, व्युत्क्रम कोन कसोटी, संगतकोन कसोटी)	2.2	प्र.1, 2, 3, 4, 5, 6
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.2 वर आधारित)	प्र.1, 2, 3
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह -2	प्र.4, 8
कोटिकोन, पूरककोन	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह -2	प्र.2



जरा आठवूया

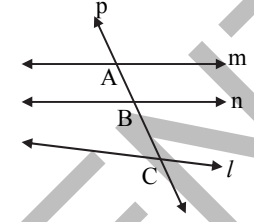
1. समांतर रेषा:

एकाच प्रतलात असलेल्या आणि परस्परांना न छेदणाऱ्या रेषांना समांतर रेषा म्हणतात. लगतच्या आकृतीत, रेषा $l \parallel$ रेषा $m \parallel$ रेषा n



2. छेदिका:

दोन किंवा जास्त एकप्रतलीय रेषांना ठराविक बिंदूत छेदणाऱ्या रेषेस छेदिका म्हणतात. लगतच्या आकृतीतील रेषा p ही छेदिका असून ती रेषा m , रेषा n आणि रेषा l यांना अनुक्रमे बिंदू A , B , C मध्ये छेदते.

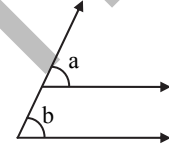


चला अभ्यास करूया

दोन रेषा व त्यांच्या छेदिकेने केलेले कोन

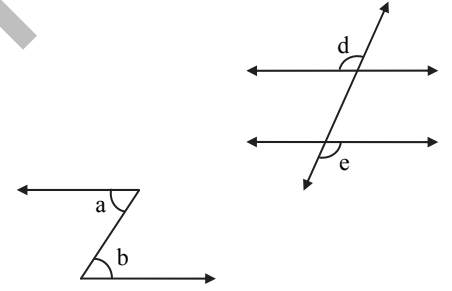
1. संगत कोन: ज्या कोनांचा छेद संच एक किरण आहे आणि त्यांचे शिरोबिंदू भिन्न आहेत अशा कोनांना संगत कोन म्हणतात.

लगतच्या आकृतीत, $\angle a$ आणि $\angle b$ ही संगत कोनांची जोडी आहे.



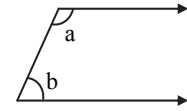
2. व्युत्क्रम कोन: ज्या कोनांचा छेद संच रेषाखंड आहे व त्यांचे आंतरभाग विभिन्न आहेत, तसेच त्यांचे शिरोबिंदूही भिन्न असतात, अशा कोनांना व्युत्क्रम कोन म्हणतात.

लगतच्या आकृतीत, $\angle a$ व $\angle b$ ही आंतरव्युत्क्रम कोनांची जोडी आहे आणि $\angle d$ व $\angle e$ ही बाह्यव्युत्क्रम कोनांची जोडी आहे.



3. आंतरकोन: ज्या कोनांचा छेद संच एक रेषाखंड आहे, त्यांचे शिरोबिंदू भिन्न आहेत, तसेच त्यांचे आंतरभाग परस्परांना छेदतात. अशा कोनांना आंतरकोन म्हणतात.

लगतच्या आकृतीत, $\angle a$ व $\angle b$ ही छेदिकेच्या एकाच बाजूस तयार झालेल्या आंतरकोनांची जोडी आहे.



काही महत्त्वाचे गुणधर्म:

1. दोन रेषा एकमेकींना छेदल्यावर तयार होणारे विरुद्ध कोन समान मापाचे असतात.
2. रेषीय जोडीतील कोन परस्परांचे पूरक असतात.
3. जेव्हा संगत कोनांची एक जोडी एकरूप असते तेव्हा संगत कोनांच्या उरलेल्या सर्व जोड्या एकरूप असतात.
4. जेव्हा व्युत्क्रम कोनांची एक जोडी एकरूप असते तेव्हा व्युत्क्रम कोनांच्या इतर सर्व जोड्या एकरूप असतात.
5. जेव्हा छेदिकेच्या एकाच बाजूच्या आंतरकोनांची बेरीज 180° होते तेव्हा आंतरकोनांच्या दुसऱ्या जोडीतील कोनांची बेरीजही 180° होते.



हे करून पाहा

1. दोन रेषा व त्यांच्या छेदिकेने केलेले कोन: (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 13)

संगत कोनांच्या जोड्या

- i. $\angle d, \angle h$
- ii. $\angle a, \angle e$
- iii. $\angle c, \angle g$
- iv. $\angle b, \angle f$

आंतरव्युत्क्रम कोनांच्या जोड्या

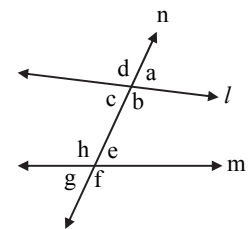
- i. $\angle c, \angle e$
- ii. $\angle b, \angle h$

बाह्यव्युत्क्रम कोनांच्या जोड्या

- i. $\angle d, \angle f$
- ii. $\angle a, \angle g$

छेदिकेच्या एका बाजूच्या आंतरकोनांच्या जोड्या

- i. $\angle c, \angle h$
- ii. $\angle b, \angle e$



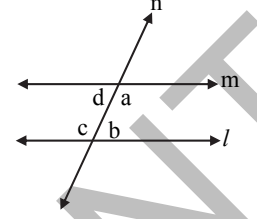


आंतरकोनांचे प्रमेय

प्रमेय: दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदल्यावर छेदिकेच्या कोणत्याही एका बाजूला असणारे आंतरकोन एकमेकांचे पूरककोन असतात.

पक्ष: रेषा $l \parallel$ रेषा m आणि रेषा n ही छेदिका आहे.

$\angle a$, $\angle b$ हे छेदिकेच्या एका बाजूस तयार झालेले आणि $\angle c$ व $\angle d$ हे छेदिकेच्या दुसऱ्या बाजूस तयार झालेले आंतरकोन आहेत.



साध्य: $\angle a + \angle b = 180^\circ$

$\angle c + \angle d = 180^\circ$

सिद्धता:

अप्रत्यक्ष सिद्धता

येथे, $\angle a$ व $\angle b$ यांच्या मापांच्या बेरजेबाबत तीन शक्यता आहेत.

- i. $\angle a + \angle b < 180^\circ$ ii. $\angle a + \angle b > 180^\circ$ iii. $\angle a + \angle b = 180^\circ$

पर्याय I: यांपैकी $\angle a + \angle b < 180^\circ$ सत्य मानू.

येथे, $\angle a + \angle b < 180^\circ$,

\therefore रेषा l व रेषा m या $\angle a$ आणि $\angle b$ छेदिकेच्या ज्या बाजूला आहेत त्या दिशेने वाढवल्यास एकमेकींना छेदतील.

परंतु, रेषा $l \parallel$ रेषा m

$\therefore \angle a + \angle b < 180^\circ$ हे अशक्य आहे. (i)

पर्याय II: $\angle a + \angle b > 180^\circ$ ही शक्यता सत्य मानू.

$\angle a + \angle b > 180^\circ$

येथे, $\angle a + \angle d = 180^\circ$

आणि $\angle c + \angle b = 180^\circ$

$\therefore \angle a + \angle d + \angle c + \angle b = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

$\therefore \angle c + \angle d = 360^\circ - (\angle a + \angle b)$

परंतु, $\angle a + \angle b > 180^\circ$

$\therefore [360^\circ - (\angle a + \angle b)] < 180^\circ$

$\therefore \angle c + \angle d < 180^\circ$

\therefore रेषा l व रेषा m या $\angle c$ आणि $\angle d$ छेदिकेच्या ज्या बाजूला आहेत त्या दिशेने वाढवल्यास एकमेकींना छेदतील.

परंतु, रेषा $l \parallel$ रेषा m

$\therefore \angle c + \angle d < 180^\circ$ हे अशक्य.

म्हणजेच, $\angle a + \angle b > 180^\circ$ हे अशक्य आहे. (ii)

$\therefore \angle a + \angle b = 180^\circ$ ही एकच शक्यता उरते.

$\therefore \angle a + \angle b = 180^\circ$ तसेच $\angle c + \angle d = 180^\circ$

[युक्लिडच्या गृहीतकानुसार]

[पक्ष]

[रेषीय जोडीतील कोन]

[युक्लिडच्या गृहीतकानुसार]

[पक्ष]

[(i) व (ii) वरून]



संगत कोनांचे व व्युत्क्रम कोनांचे गुणधर्म

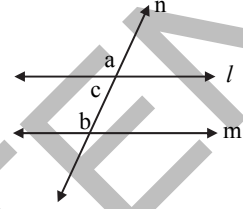
प्रमेय: दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदल्यावर होणाऱ्या संगत कोनांच्या जोडीतील कोनांची मापे समान असतात.

पक्ष: रेषा $l \parallel$ रेषा m आणि रेषा n ही त्यांची छेदिका आहे.

साध्य: $\angle a = \angle b$

सिद्धता:

$\angle a + \angle c = 180^\circ$	(i) [रेषीय जोडीतील कोन]
रेषा $l \parallel$ रेषा m , रेषा n ही त्यांची छेदिका आहे.	[पक्ष]
$\therefore \angle b + \angle c = 180^\circ$	(ii) [आंतरकोनांचे प्रमेय]
$\angle a + \angle c = \angle b + \angle c$	[(i) व (ii) वरून]
$\therefore \angle a = \angle b$	



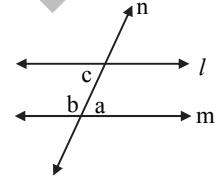
प्रमेय: दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदल्यावर होणाऱ्या व्युत्क्रम कोनांच्या जोडीतील कोनांची मापे समान असतात.

पक्ष: रेषा $l \parallel$ रेषा m आणि रेषा n ही त्यांची छेदिका आहे.

साध्य: $\angle a = \angle c$

सिद्धता:

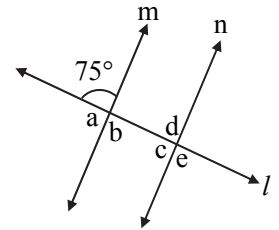
$\angle a + \angle b = 180^\circ$	(i) [रेषीय जोडीतील कोन]
रेषा $l \parallel$ रेषा m व रेषा n ही त्यांची छेदिका आहे.	[पक्ष]
$\therefore \angle b + \angle c = 180^\circ$	(ii) [आंतरकोनांचे प्रमेय]
$\angle a + \angle b = \angle b + \angle c$	[(i) व (ii) वरून]
$\therefore \angle a = \angle c$	



उदा: लगतच्या आकृतीत रेषा $m \parallel$ रेषा n . खाली दिलेल्या कोनांच्या मापावरून $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ आणि $\angle e$ यांची मापे काढा.

उकल:

i. $m\angle a + 75^\circ = 180^\circ$	[रेषीय जोडीतील कोन]
$\therefore m\angle a = 180^\circ - 75^\circ$	
$m\angle a = 105^\circ$	
ii. $m\angle b = 75^\circ$	[विरुद्ध कोन]
iii. रेषा $m \parallel$ रेषा n आणि रेषा l ही त्यांची छेदिका आहे.	
$\therefore m\angle d = m\angle b$	[व्युत्क्रम कोन]
$m\angle d = 75^\circ$	
iv. $m\angle b + m\angle c = 180^\circ$	[आंतरकोन]
$\therefore 75^\circ + m\angle c = 180^\circ$	
$\therefore m\angle c = 180^\circ - 75^\circ$	
$m\angle c = 105^\circ$	
v. $m\angle e = m\angle b$	[संगत कोन]
$m\angle e = 75^\circ$	

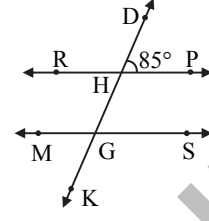




सरावसंच 2.1

1. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेखा RP \parallel रेखा MS व रेखा DK ही त्यांची छेदिका आहे. $\angle DHP = 85^\circ$, तर खालील कोनांची मापे काढा.

- i. $\angle RHD$ ii. $\angle PHG$
iii. $\angle HGS$ iv. $\angle MGK$



उकल:

i. $m\angle DHP + m\angle RHD = 180^\circ$

$\therefore 85^\circ + m\angle RHD = 180^\circ$

$\therefore m\angle RHD = 95^\circ$

ii. $m\angle PHG = m\angle RHD$

$\therefore m\angle PHG = 95^\circ$

- iii. रेखा RP \parallel रेखा MS व रेखा DK ही त्यांची छेदिका आहे.

$\therefore m\angle HGS = m\angle DHP$

$\therefore m\angle HGS = 85^\circ$

iv. $m\angle MGK = m\angle HGS$

$\therefore m\angle MGK = 85^\circ$

[रेषीय जोडीतील कोन]

[विरुद्ध कोन]

[संगत कोन]

[विरुद्ध कोन]

2. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेखा p \parallel रेखा q आणि रेखा l व रेखा m या छेदिका आहेत. काही कोनांची मापे दाखवली आहेत. यावरून $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ यांची मापे काढा.

उकल:

i. $110^\circ + m\angle a = 180^\circ$

$\therefore m\angle a = 70^\circ$

- ii. रेखा p \parallel रेखा q व रेखा l ही त्यांची छेदिका आहे.

$m\angle e + 110^\circ = 180^\circ$

$\therefore m\angle e = 70^\circ$

आता, $m\angle b = m\angle e$

$\therefore m\angle b = 70^\circ$

- iii. रेखा p \parallel रेखा q, व रेखा m ही त्यांची छेदिका आहे.

$\therefore m\angle c = 115^\circ$

iv. $115^\circ + m\angle d = 180^\circ$

$\therefore m\angle d = 65^\circ$

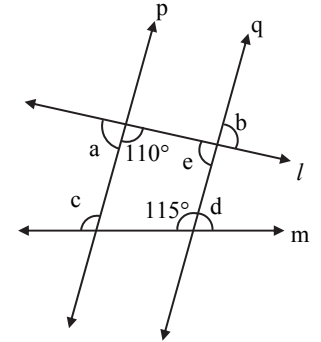
[रेषीय जोडीतील कोन]

[आंतरकोन]

[विरुद्ध कोन]

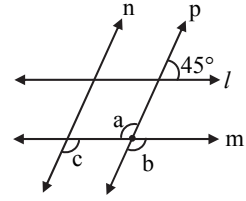
[संगत कोन]

[रेषीय जोडीतील कोन]





3. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेषा $l \parallel$ रेषा m व रेषा $n \parallel$ रेषा p आहे. एका कोनाच्या दिलेल्या मापावरून $\angle a, \angle b, \angle c$ ची मापे काढा.



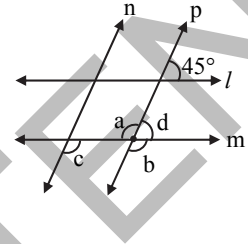
उकल:

- i. रेषा $l \parallel$ रेषा m व रेषा p त्यांची छेदिका आहे.
 $\therefore m\angle d = 45^\circ$
 परंतु, $m\angle d + m\angle b = 180^\circ$
 $\therefore 45^\circ + m\angle b = 180^\circ$
 $\therefore m\angle b = 135^\circ$
- ii. $m\angle a = m\angle b$
 $\therefore m\angle a = 135^\circ$
- iii. रेषा $n \parallel$ रेषा p व रेषा m त्यांची छेदिका आहे.
 $\therefore m\angle c = m\angle b$
 $\therefore m\angle c = 135^\circ$

[संगत कोन]
[रेषीय जोडीतील कोन]

[विरुद्ध कोन]

[संगत कोन]



4. सोबतच्या आकृतीमध्ये, $\angle PQR$ आणि $\angle XYZ$ यांच्या भुजा परस्परांना समांतर आहेत. तर सिद्ध करा, की $\angle PQR \cong \angle XYZ$.

पक्ष: किरण $YZ \parallel$ किरण QR व किरण $YX \parallel$ किरण QP

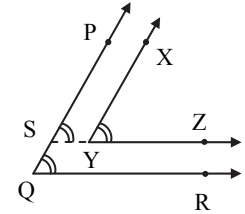
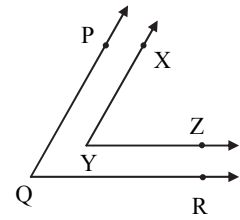
साध्य: $\angle PQR \cong \angle XYZ$

रचना: किरण YZ चा विरुद्ध किरण काढा. तो किरण QP ला बिंदू S मध्ये छेदतो.

सिद्धता:

- \therefore किरण $YX \parallel$ किरण QP
 \therefore किरण $YX \parallel$ किरण SP व रेष SY ही त्यांची छेदिका आहे.
 $\therefore \angle XYZ \cong \angle PSY$
- किरण $YZ \parallel$ किरण QR
 किरण $SZ \parallel$ किरण QR व रेष PQ ही त्यांची छेदिका आहे.
 $\therefore \angle PSY \cong \angle SQR$
 $\therefore \angle PSY \cong \angle PQR$
 $\therefore \angle PQR \cong \angle XYZ$

[पक्ष]
[P-S-Q]
(i) [संगत कोन]
[पक्ष]
[S-Y-Z]
[संगत कोन]
(ii) [P-S-Q]
[(i) व (ii) वरून]



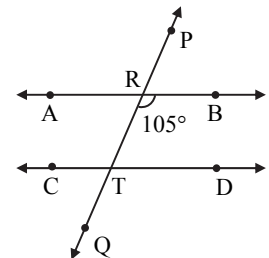
5. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेषा $AB \parallel$ रेषा CD आणि रेषा PQ ही छेदिका आहे, तर आकृतीत दाखवलेल्या कोनांच्या मापांवरून पुढील कोनांची मापे काढा.

- i. $\angle ART$
- ii. $\angle CTQ$
- iii. $\angle DTQ$
- iv. $\angle PRB$

उकल:

- i. $m\angle ART + m\angle BRT = 180^\circ$
 $\therefore m\angle ART + 105^\circ = 180^\circ$
 $\therefore m\angle ART = 75^\circ$

[रेषीय जोडीतील कोन]





- ii. रेखा AB \parallel रेखा CD व रेखा PQ त्यांची छेदिका आहे.
 $\therefore m\angle CTQ = m\angle ART$
 $\therefore m\angle CTQ = 75^\circ$
- iii. रेखा AB \parallel रेखा CD व रेखा PQ ही त्यांची छेदिका आहे.
 $\therefore m\angle DTQ = m\angle BRT$
 $\therefore m\angle DTQ = 105^\circ$
- iv. $m\angle PRB = m\angle ART$
 $\therefore m\angle PRB = 75^\circ$

[संगत कोन]

[संगत कोन]

[विरुद्ध कोन]



चला अभ्यास करूया

समांतर रेखांच्या गुणधर्मांचा उपयोग

प्रमेय: कोणत्याही त्रिकोणाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.

पक्ष : ΔPQR हा कोणताही एक त्रिकोण आहे.

साध्य : $\angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$.

रचना : P बिंदूतून जाणारी रेखा ST अशी काढा, की रेखा ST \parallel बाजू QR.

सिद्धता :

रेखा ST \parallel बाजू QR आणि रेष PQ ही त्यांची छेदिका.

$$\therefore \angle PQR = \angle SPQ$$

रेखा ST \parallel बाजू QR आणि रेष PR ही त्यांची छेदिका.

$$\therefore \angle PRQ = \angle TPR$$

(i) आणि (ii) ची बेरीज करून,

$$\angle PQR + \angle PRQ = \angle SPQ + \angle TPR$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR &= \angle SPQ + \angle TPR + \angle QPR \\ &= \angle SPQ + \angle TPR + \angle QPR \\ &= \angle SPQ + \angle QPT \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$$

\therefore त्रिकोणाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.

[रचना]

(i) [व्युत्क्रम कोन]

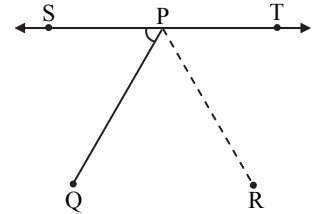
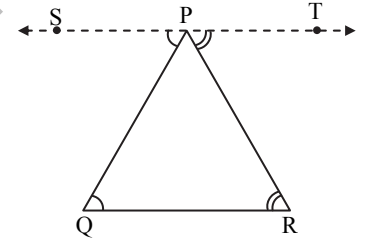
[रचना]

(ii) [व्युत्क्रम कोन]

[दोन्ही बाजूंत $\angle QPR$ मिळवून]

[$\therefore \angle TPR + \angle QPR = \angle QPT$]

[रेषीय जोडीतील कोन]





हे करून पाहा

1. शेजारील प्रतलात रेषा l व रेषा m या एकमेकींना समांतर आहेत का हे कसे ठरवाल?

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 19)

उत्तर: येथे, रेषा l व रेषा m एकाच प्रतलात असून, त्या एकमेकींना छेदत नाहीत.

∴ रेषा l व m रेषा ह्या एकमेकींना समांतर आहेत.



रेषांच्या समांतरतेच्या कसोट्या

दोन रेषा व त्यांची छेदिका, यांमुळे होणारे कोन तपासून त्या दोन रेषा समांतर आहेत हे आपण ठरवू शकतो.

- छेदिकेच्या एका बाजूच्या आंतरकोनांची जोडी पूरक कोनांची असेल, तर त्या रेषा समांतर असतात.
- व्युत्क्रम कोनांची एक जोडी एकरूप असेल, तर त्या रेषा समांतर असतात.
- संगत कोनांची एक जोडी एकरूप असेल, तर त्या रेषा समांतर असतात.

समांतर रेषांची आंतरकोन कसोटी

प्रमेय: दोन भिन्न रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता छेदिकेच्या एका बाजूच्या आंतरकोनांची बेरीज 180° असेल, तर त्या रेषा समांतर असतात.

पक्ष: रेषा AB व रेषा CD यांची रेषा EF ही छेदिका आहे.

$$\angle BPQ + \angle PQD = 180^\circ$$

साध्य: रेषा $AB \parallel$ रेषा CD

सिद्धता:

अप्रत्यक्ष सिद्धता

समजा, रेषा AB आणि रेषा CD या एकप्रतलीय रेषा समांतर नाहीत.

∴ त्या रेषा परस्परांना बिंदू R मध्ये छेदतात.

P, Q, R हे बिंदू एकरेषीय नाहीत. त्यामुळे $\triangle PQR$ तयार झाला.

$\triangle PQR$ मध्ये,

$$\angle RPQ + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BPQ + \angle PQD + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$\therefore 180^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$$

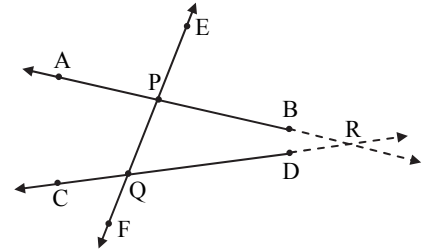
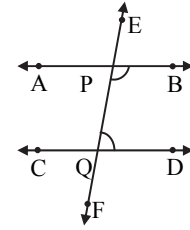
$$\therefore \angle PRQ = 0^\circ$$

∴ PR व QR या रेषा भिन्न नाहीत.

परंतु, हे विधान रेषा AB व रेषा CD या भिन्न रेषा आहेत, ह्या पक्षाच्या विधानाशी विसंगत आहे.

म्हणून आपले गृहीतक चुकीचे आहे.

∴ रेषा $AB \parallel$ रेषा CD



[त्रिकोणाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.]

[$P - B - R$ व $Q - D - R$]

[पक्ष]



व्युत्क्रम कोन कसोटी

प्रमेय: दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता होणाऱ्या व्युत्क्रम कोनांची एक जोडी एकरूप असेल, तर त्या रेषा समांतर असतात.

पक्ष: रेषा l व रेषा m यांची रेषा n ही छेदिका आहे.

$\angle a$ व $\angle b$ ही व्युत्क्रम कोनांची एक जोडी एकरूप आहे.

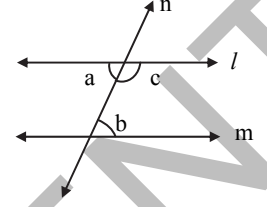
म्हणजेच, $\angle a = \angle b$

साध्य: रेषा $l \parallel$ रेषा m

सिद्धता:

$\angle a + \angle c = 180^\circ$
 $\angle a = \angle b$
 $\therefore \angle b + \angle c = 180^\circ$
 परंतु, $\angle b$ व $\angle c$ हे छेदिका n असताना रेषा l व रेषा m वरील आंतरकोन आहेत.
 \therefore रेषा $l \parallel$ रेषा m

(i) [रेषीय जोडीतील कोन]
 (ii) [पक्ष]
 [(i) व (ii) वरून]
 [आंतरकोन कसोटी]



संगतकोन कसोटी

प्रमेय: दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता होणाऱ्या संगत कोनांची एक जोडी एकरूप असेल, तर त्या रेषा समांतर असतात.

पक्ष: रेषा l व रेषा m यांची रेषा n ही छेदिका आहे.

$\angle a$ व $\angle b$ ही संगत कोनांची एक जोडी एकरूप आहे.

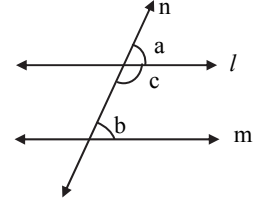
म्हणजेच, $\angle a = \angle b$

साध्य: रेषा $l \parallel$ रेषा m

सिद्धता:

$\angle a + \angle c = 180^\circ$
 $\angle a = \angle b$
 $\therefore \angle b + \angle c = 180^\circ$
 परंतु, $\angle b$ व $\angle c$ हे छेदिका n असताना रेषा l व रेषा m वरील आंतरकोन आहेत.
 \therefore रेषा $l \parallel$ रेषा m

(i) [रेषीय जोडीतील कोन]
 (ii) [पक्ष]
 [(i) व (ii) वरून]
 [आंतरकोन कसोटी]



उपप्रमेय I: जर एक रेषा त्याच प्रतलातील दोन रेषांना लंब असेल, तर त्या दोन रेषा परस्परांना समांतर असतात.

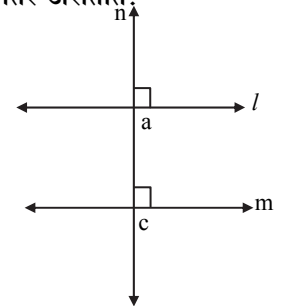
पक्ष: रेषा $n \perp$ रेषा l आणि रेषा $n \perp$ रेषा m

साध्य: रेषा $l \parallel$ रेषा m

सिद्धता:

रेषा $n \perp$ रेषा l
 $\therefore \angle a = 90^\circ$
 रेषा $n \perp$ रेषा m
 $\therefore \angle c = 90^\circ$
 $\angle a = \angle c$

[पक्ष]
 (i)
 [पक्ष]
 (ii)
 [(i) व (ii) वरून]





परंतु, $\angle a$ व $\angle c$ हे छेदिका n असताना रेषा l व रेषा m वरील संगतकोन आहेत.

\therefore रेषा $l \parallel$ रेषा m

[संगतकोन कसोटी]

उपप्रमेय II: जर एका प्रतलातील दोन रेषा त्याच प्रतलातील तिसऱ्या रेषेला समांतर असतील, तर त्या रेषा परस्परांना समांतर असतात.

पक्ष: रेषा l , रेषा m व रेषा n या एकप्रतलीय रेषा आहेत.

रेषा $l \parallel$ रेषा m व रेषा $l \parallel$ रेषा n

साध्य: रेषा $m \parallel$ रेषा n

रचना: रेषा l , m व n ला छेदणारी q ही छेदिका काढा.

सिद्धता:

रेषा $l \parallel$ रेषा m व रेषा q ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\angle a = \angle b$$

(i) [संगत कोन]

रेषा $l \parallel$ रेषा n व रेषा q ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\angle a = \angle c$$

(ii) [संगत कोन]

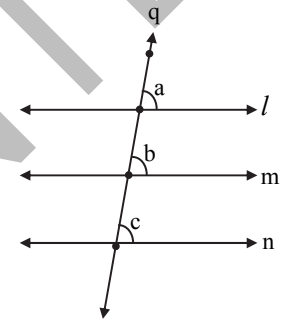
$$\therefore \angle b = \angle c$$

[(i) व (ii) वरून]

परंतु, $\angle b$ व $\angle c$ हे छेदिका q असताना रेषा m व रेषा n वरील संगतकोन आहेत.

$$\therefore \text{रेषा } m \parallel \text{रेषा } n$$

[संगत कोन कसोटी]



सरावसंच 2.2

1. सोबतच्या आकृतीमध्ये, $y = 108^\circ$ आणि $x = 71^\circ$, तर रेषा m व रेषा n समांतर होतील का? कारण लिहा.

उकल:

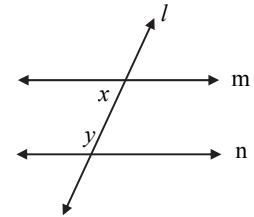
$$x + y = 71^\circ + 108^\circ = 179^\circ$$

$$\therefore x + y \neq 180^\circ$$

$\therefore x$ व y हे पूरक कोन नाहीत.

$\therefore x$ व y हे आंतरकोनांची जोडी बनवत नाहीत.

\therefore रेषा m व रेषा n समांतर नाहीत.



2. सोबतच्या आकृतीमध्ये, जर $\angle a \cong \angle b$ तर सिद्ध करा रेषा $l \parallel$ रेषा m .

पक्ष: $\angle a \cong \angle b$

साध्य: रेषा $l \parallel$ रेषा m

सिद्धता:

$$\angle a \cong \angle c$$

(i) [विरुद्ध कोन]

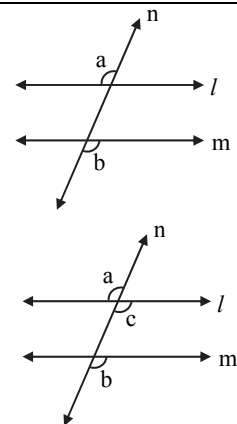
$$\text{परंतु, } \angle a \cong \angle b$$

(ii) [पक्ष]

$$\therefore \angle b \cong \angle c$$

[(i) व (ii) वरून]

परंतु, $\angle b$ व $\angle c$ हे छेदिका n असताना





रेखा l व रेखा m वरील संगतकोन आहेत.

\therefore रेखा $l \parallel$ रेखा m

[संगतकोन कसोटी]

3. सोबतच्या आकृतीमध्ये, जर $\angle a \cong \angle b$ आणि $\angle x \cong \angle y$ तर सिद्ध करा, की रेखा $l \parallel$ रेखा n .

पक्ष: $\angle a \cong \angle b$ व $\angle x \cong \angle y$

साध्य: रेखा $l \parallel$ रेखा n

सिद्धता:

$$\angle a \cong \angle b$$

परंतु, $\angle a$ व $\angle b$ हे छेदिका n असताना रेखा l व रेखा m वरील संगतकोन आहेत.

\therefore रेखा $l \parallel$ रेखा m

$$\angle x \cong \angle y$$

परंतु, $\angle x$ व $\angle y$ हे छेदिका PQ असताना रेखा m व n वरील व्युत्क्रम कोन आहेत.

\therefore रेखा $m \parallel$ रेखा n

\therefore (i) व (ii) वरून,

रेखा $l \parallel$ रेखा n

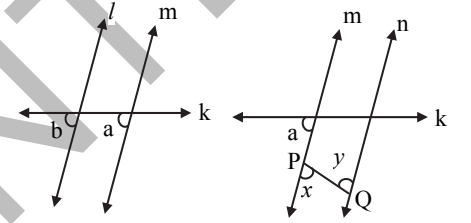
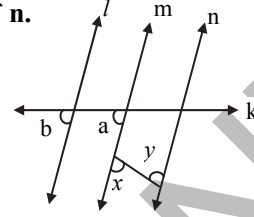
[पक्ष]

(i) [संगत कोन कसोटी]

[पक्ष]

(ii) [व्युत्क्रम कोन कसोटी]

[जर दोन रेखा त्याच प्रतलातील एका रेषेला समांतर असतील, तर त्या परस्परांना समांतर असतात.]



4. सोबतच्या आकृतीमध्ये, जर किरण $BA \parallel$ किरण DE , $\angle C = 50^\circ$ आणि $\angle D = 100^\circ$, तर $\angle ABC$ चे माप काढा.

(सूचना: बिंदू C मधून रेखा AB ला समांतर रेखा काढा.)

उकल:

रेखा $FG \parallel$ किरण BA

किरण $BA \parallel$ किरण DE

\therefore रेखा $FG \parallel$ किरण DE

$$\therefore m\angle DCF = m\angle EDC$$

$$\therefore m\angle DCB + m\angle BCF = 100^\circ$$

$$\therefore 50^\circ + m\angle BCF = 100^\circ$$

$$\therefore m\angle BCF = 50^\circ$$

रेखा $FG \parallel$ किरण BA , व रेखा BC ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore m\angle ABC + m\angle BCF = 180^\circ$$

$$\therefore m\angle ABC + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore m\angle ABC = 130^\circ$$

[रचना]

[पक्ष]

[जर दोन रेखा त्याच प्रतलातील एका रेषेला समांतर असतील, तर त्या परस्परांना समांतर असतात.]

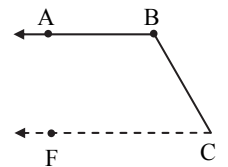
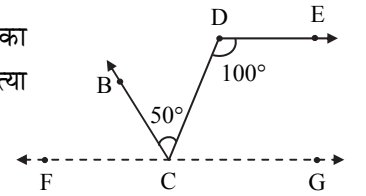
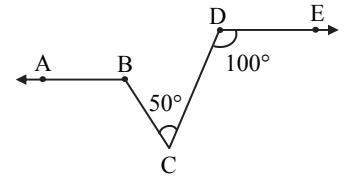
[व्युत्क्रम कोन]

$$[\therefore \angle DCF = \angle DCB + \angle BCF]$$

(i)

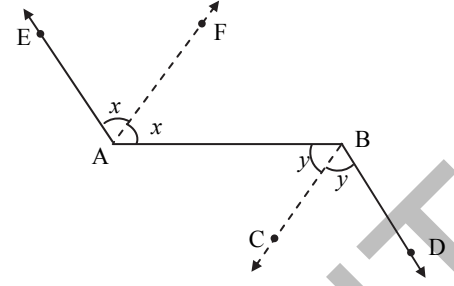
[आंतरकोन]

[(i) वरून]





5. सोबतच्या आकृतीमध्ये, किरण $AE \parallel$ किरण BD , किरण AF हा $\angle EAB$ चा आणि किरण BC हा $\angle ABD$ चा दुभाजक आहे, तर सिद्ध करा, की रेषा $AF \parallel$ रेषा BC



पक्ष: किरण $AE \parallel$ किरण BD व

किरण AF आणि किरण BC हे अनुक्रमे $\angle EAB$ व $\angle ABD$ चे दुभाजक आहेत.

साध्य: रेषा $AF \parallel$ रेषा BC

सिद्धता:

किरण $AE \parallel$ किरण BD व रेषा AB ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore \angle EAB = \angle ABD$$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle EAB = \frac{1}{2} \angle ABD$$

$$\therefore \angle FAB = \angle ABC$$

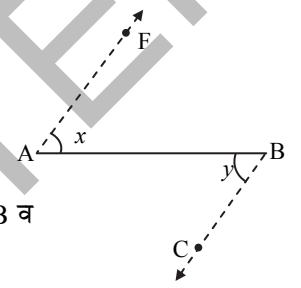
परंतु, $\angle FAB$ व $\angle ABC$ हे रेषा AB छेदिका असताना रेषा AF व रेषा BC वरील व्युत्क्रम कोन आहेत.

$$\therefore \text{रेषा } AF \parallel \text{रेषा } BC$$

[व्युत्क्रम कोन]

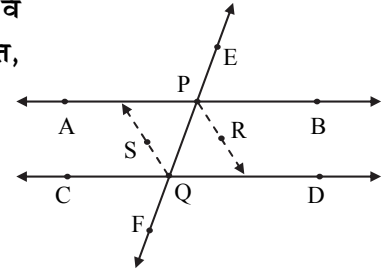
[दोन्ही बाजूंना $\frac{1}{2}$ ने गुणून]

[किरण AF व किरण BC हे $\angle EAB$ व $\angle ABD$ चे दुभाजक आहेत.]



[व्युत्क्रम कोन कसोटी]

6. रेषा AB व रेषा CD रेषांना रेषा EF ही अनुक्रमे P व Q बिंदूत छेदते. किरण PR व किरण QS हे समांतर किरण असून अनुक्रमे $\angle BPQ$ व $\angle PQC$ चे दुभाजक आहेत, तर सिद्ध करा रेषा $AB \parallel$ रेषा CD



पक्ष: किरण $PR \parallel$ किरण QS

किरण PR व किरण QS हे अनुक्रमे $\angle BPQ$ व $\angle PQC$ चे दुभाजक आहेत.

साध्य: रेषा $AB \parallel$ रेषा CD

सिद्धता:

किरण $PR \parallel$ किरण QS व रेषा PQ ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore \angle SQP = \angle QPR$$

$$\therefore 2(\angle SQP) = 2(\angle QPR)$$

$$\therefore \angle PQC = \angle QPB$$

परंतु, $\angle PQC$ व $\angle QPB$ हे रेषा PQ छेदिका असताना रेषा AB व रेषा CD वरील व्युत्क्रम कोन आहेत.

$$\therefore \text{रेषा } AB \parallel \text{रेषा } CD$$

[व्युत्क्रम कोन]

[दोन्ही बाजूंना 2 ने गुणून]

[किरण PR व QS हे $\angle BPQ$ व $\angle PQC$ चे दुभाजक आहेत.]

[व्युत्क्रम कोन कसोटी]



संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 2

1. खालील विधानांतील रिक्तस्थानां जागा भरण्यासाठी दिलेल्या पर्यायांपैकी अचूक पर्याय निवडा.
 - i. दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता छेदिकेच्या एकाच बाजूच्या आंतरकोनांची बेरीज _____ असते.
(A) 0° (B) 90° (C) 180° (D) 360°
 - ii. दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता _____ कोन तयार होतात.
(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16
 - iii. दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या कोनांपैकी एका कोनाचे माप 40° असेल, तर त्याच्या संगतकोनाचे माप _____ असते.
(A) 40° (B) 140° (C) 50° (D) 180°
 - iv. $\triangle ABC$ मध्ये $\angle A = 76^\circ$, $\angle B = 48^\circ$ तर, $\angle C$ चे माप _____ आहे.
(A) 66° (B) 56° (C) 124° (D) 28°
 - v. दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदल्यावर होणाऱ्या व्युत्क्रम कोनांच्या जोडीतील एका कोनाचे माप 75° असेल, तर दुसऱ्या कोनाचे माप _____ असते.
(A) 105° (B) 15° (C) 75° (D) 45°

उकल:

- i. (C) ii. (C) iii. (A) iv. (B)
- v. (C)

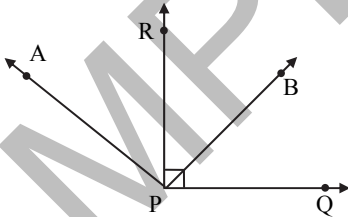
क्लृप्ती:

- iv. $\triangle ABC$ मध्ये, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\therefore \angle C = 180^\circ - 76^\circ - 48^\circ = 56^\circ$

2. किरण PQ आणि किरण PR परस्परान्गुली लंब आहेत. बिंदू B हा $\angle QPR$ च्या आंतरभागात व बिंदू A हा $\angle RPQ$ च्या बाह्यभागात आहे. किरण PB आणि किरण PA परस्परांना लंब आहेत. यावरून आकृती काढा व खालील कोनांच्या जोड्या लिहा.

- i. कोटिकोन ii. पूरक कोन iii. एकरूप कोन

उकल:



- i. कोटिकोन:

$$\angle RPQ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle RPB + \angle BPQ = 90^\circ$$

$$\angle APB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle APR + \angle RPB = 90^\circ$$

- \therefore कोटिकोनांच्या जोड्या:

- a. $\angle RPB$ आणि $\angle BPQ$

- b. $\angle APR$ आणि $\angle RPB$

$$[\text{किरण } PQ \perp \text{ किरण } PR]$$

$$[\text{कोनांच्या बेरजेचा गुणधर्म}]$$

$$[\text{किरण } PA \perp \text{ किरण } PB]$$



- ii. पूरककोन:
 $\angle APB + \angle RPQ = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle APB$ आणि $\angle RPQ$ ही पूरककोनांची जोडी आहे.
- iii. एकरूप कोन:
 a. $\angle APB \cong \angle RPQ$
 b. $\angle APB = \angle RPQ$
 $\therefore \angle APR + \angle RPB = \angle RPB + \angle BPQ$
 $\therefore \angle APR = \angle BPQ$
 $\therefore \angle APR \cong \angle BPQ$

[प्रत्येक कोन 90° चा आहे.]

[कोनांच्या बेरजेचा गुणधर्म]

3. जर एखादी रेषा एका प्रतलातील दोन समांतर रेषांपैकी एका रेषेला लंब असेल, तर ती दुसऱ्या रेषेलाही लंब असते हे सिद्ध करा.

पक्ष: रेषा $AB \parallel$ रेषा CD व रेषा EF ही रेषा AB व CD ला अनुक्रमे बिंदू P व Q मध्ये छेदते.
 रेषा $EF \perp$ रेषा AB

साध्य: रेषा $EF \perp$ रेषा CD

सिद्धता:

रेषा $AB \parallel$ रेषा CD व रेषा EF ही त्यांची छेदिका आहे.

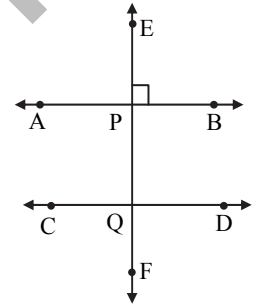
$\therefore \angle EPB \cong \angle PQD$ (i) [संगत कोन]

रेषा $EF \perp$ रेषा AB [पक्ष]

$\therefore \angle EPB = 90^\circ$ (ii)

$\therefore \angle PQD = 90^\circ$ [(i) व (ii) वरून]

\therefore रेषा $EF \perp$ रेषा CD



4. सोबतच्या आकृतीमध्ये, दर्शवलेल्या कोनांच्या मापांवरून $\angle x$ आणि $\angle y$ यांची मापे काढा आणि सिद्ध करा, की रेषा $l \parallel$ रेषा m

सिद्धता:

$\left. \begin{aligned} \angle x &= 130^\circ \\ \angle y &= 50^\circ \end{aligned} \right\}$

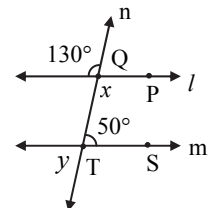
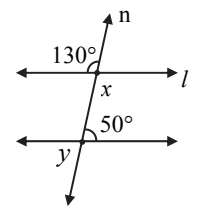
येथे, $m\angle PQT + m\angle QTS = 130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$

परंतु, $\angle PQT$ व $\angle QTS$ ही रेषा n छेदिका असताना रेषा l व m वरील आंतरकोनांची जोडी आहे.

\therefore रेषा $l \parallel$ रेषा m

[विरुद्ध कोन]

[आंतरकोन कसोटी]





5. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेखा AB || रेखा CD || रेखा EF आणि रेखा QP ही त्यांची छेदिका आहे. जर $y : z = 3 : 7$, तर x ची किंमत काढा.

उकल:

$$\angle DHI = \angle GHC$$

$$\therefore \angle DHI = y$$

$$\frac{y}{z} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore y = \frac{3}{7}z$$

आता, रेखा CD || रेखा EF व रेखा QP ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore \angle DHI + \angle HIF = 180^\circ$$

$$\therefore y + z = 180^\circ$$

$$\therefore \frac{3}{7}z + z = 180^\circ$$

$$\therefore 3z + 7z = 180^\circ \times 7$$

$$\therefore 10z = 1260^\circ$$

$$\therefore z = 126^\circ$$

रेखा AB || रेखा EF व रेखा QP ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore \angle x = \angle z$$

$$\therefore \angle x = 126^\circ$$

[विरुद्ध कोन]

[पक्ष]

(i)

[आंतरकोन]

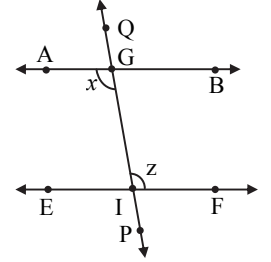
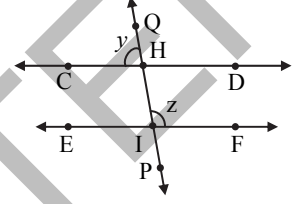
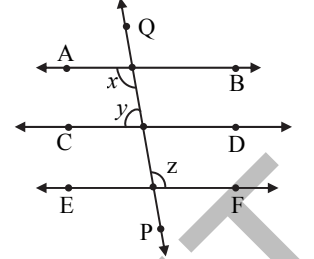
[(i) वरून]

[दोन्ही बाजूंना 7 ने गुणून]

(ii)

[व्युत्क्रम कोन]

[(ii) वरून]



6. सोबतच्या आकृतीमध्ये, जर रेखा q || रेखा r, रेखा p ही त्यांची छेदिका असेल आणि $a = 80^\circ$, तर f व g काढा.

उकल:

$$i. \angle a = 80^\circ$$

$$\angle c = \angle a$$

$$\therefore \angle c = 80^\circ$$

आता, रेखा q || रेखा r व रेखा p त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore \angle g = \angle c$$

$$\therefore \angle g = 80^\circ$$

$$ii. \text{ तसेच, } \angle f + \angle c = 180^\circ$$

$$\therefore \angle f + 80^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle f = 100^\circ$$

[पक्ष]

[विरुद्ध कोन]

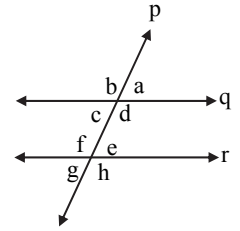
(i)

[संगत कोन]

[(i) वरून]

[आंतरकोन]

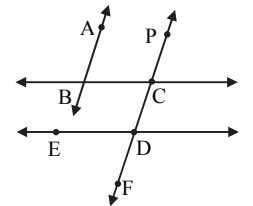
[(i) वरून]



7. सोबतच्या आकृतीमध्ये, जर रेखा AB || रेखा CF आणि रेखा BC || रेखा ED, तर सिद्ध करा $\angle ABC = \angle FDE$.

पक्ष: रेखा AB || रेखा CF व रेखा BC || रेखा ED

साध्य: $\angle ABC = \angle FDE$





सिद्धता:

रेषा AB \parallel रेषा PF व रेषा BC ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore \angle ABC = \angle PCQ$$

$$\angle PCQ = \angle BCD$$

रेषा BC \parallel रेषा ED व रेषा CD ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore \angle BCD = \angle FDE$$

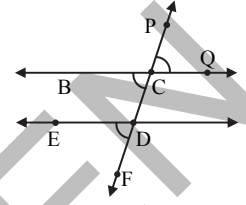
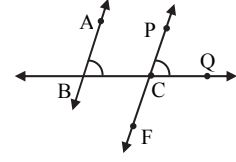
$$\therefore \angle ABC = \angle FDE$$

(i) [संगत कोन]

(ii) [विरुद्ध कोन]

(iii) [संगत कोन]

[(i), (ii) व (iii) वरून]



8. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेषा AB \parallel रेषा CD व रेषा PS ही त्यांची छेदिका आहे. किरण QX, किरण QY, किरण RX, किरण RY हे कोनदुभाजक आहेत, तर $\square QXRY$ हा आयत आहे हे दाखवा.

पक्ष: रेषा AB \parallel रेषा CD

किरण QX, RX, QY, RY हे अनुक्रमे $\angle AQR$, $\angle QRC$, $\angle BQR$ व $\angle QRD$ चे दुभाजक आहेत.

साध्य: $\square QXRY$ हा आयत आहे.

सिद्धता:

रेषा AB \parallel रेषा CD व रेषा PS ही त्यांची छेदिका आहे.

$$\therefore \angle AQR + \angle QRC = 180^\circ$$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle AQR + \frac{1}{2} \angle QRC = \frac{1}{2} \times 180^\circ$$

$$\therefore \angle XQR + \angle XRC = 90^\circ$$

आता $\triangle XQR$ मध्ये,

$$\angle XQR + \angle XRC + \angle QXR = 180^\circ$$

$$\therefore 90^\circ + m\angle QXR = 180^\circ$$

$$\therefore \angle QXR = 90^\circ$$

तसेच, $\angle AQR + \angle BQR = 180^\circ$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle AQR + \frac{1}{2} \angle BQR = \frac{1}{2} \times 180^\circ$$

$$\therefore \angle XQR + \angle YQR = 90^\circ$$

$$\therefore \angle XQY = 90^\circ$$

याचप्रमाणे आपण सिद्ध करू शकतो, की

$$\angle QYR = \angle XRY = 90^\circ$$

$$\therefore \square QXRY \text{ हा आयत आहे.}$$

[आंतरकोन]

[दोन्ही बाजूंना $\frac{1}{2}$ ने गुणून]

(i) [किरण QX व किरण RX हे अनुक्रमे $\angle AQR$ व $\angle QRC$ चे दुभाजक आहेत.]

[त्रिकोणाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.]

[(i) वरून]

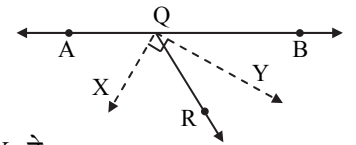
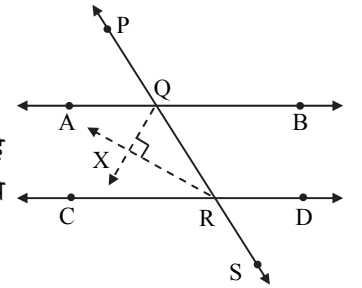
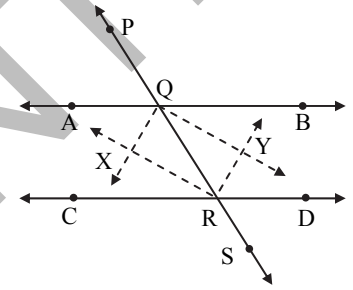
(ii) [रेषीय जोडीतील कोन]

[दोन्ही बाजूंना $\frac{1}{2}$ ने गुणून]

[किरण QX व किरण QY हे अनुक्रमे $\angle AQR$ व $\angle BQR$ चे दुभाजक आहेत.]

(iii) [कोनांच्या बेरजेचा गुणधर्म]

[(ii), (iii) व (iv) वरून]





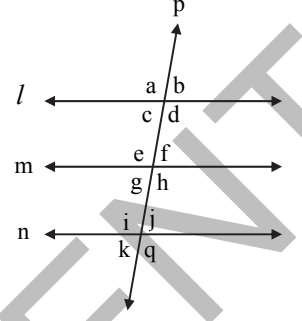
बहुपर्यायी प्रश्न

1. लगतच्या आकृतीत, खालीलपैकी बाह्यव्युत्क्रम कोनांची जोडी कोणती?

- (A) $\angle a, \angle f$ (B) $\angle e, \angle j$
(C) $\angle d, \angle e$ (D) $\angle f, \angle k$

2. लगतच्या आकृतीत, खालीलपैकी कोणती संगत कोनांची जोडी नाही?

- (A) $\angle c, \angle e$ (B) $\angle q, \angle h$
(C) $\angle c, \angle k$ (D) $\angle d, \angle h$



3. लगतच्या आकृतीत, जर रेखा $l \parallel$ रेखा $m \parallel$ रेखा n , तर खालीलपैकी कोणता पर्याय योग्य आहे?

- (A) $\angle d + \angle e = 180^\circ$ (B) $\angle h + \angle j = 180^\circ$
(C) $\angle g + \angle f = 180^\circ$ (D) $\angle i + \angle h = 180^\circ$

4. जर दोन भिन्न रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता छेदिकेच्या एका बाजूचे आंतरकोन _____ असतील तर त्या रेषा समांतर असतात.

- (A) एकरूप (B) कोटिकोन
(C) पूरककोन (D) यांपैकी काहीही नाही.

5. जर $\angle a$ व $\angle b$ रेषीय जोडीतील कोन आहेत व $\angle a$ व $\angle d$ हे संगत कोन आहेत, तर $\angle b + \angle d =$ _____

- (A) $2\angle b$ (B) 90° (C) 180° (D) $< 180^\circ$

6. कोणत्याही दोन व्युत्क्रम कोनांच्या मापांची बेरीज ही त्या कोनांपैकी कोणत्याही कोनाच्या मापाच्या _____ असते.

- (A) समान (B) दुप्पट (C) तिप्पट (D) निमपट

7. काटकोन त्रिकोण ABC मध्ये, जर $\angle B = 90^\circ$, तर $\angle A + \angle C =$ _____

- (A) 45° (B) 90° (C) 180° (D) यांपैकी काहीही नाही

8. जर छेदिकेच्या एकाच बाजूच्या आंतरकोनांच्या जोडीतील, एका कोनाचे माप 90° पेक्षा कमी असेल, तर दुसऱ्या कोनाचे माप _____ असेल.

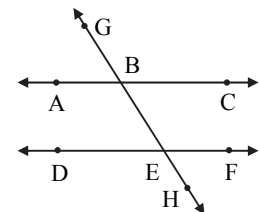
- (A) 90° इतके (B) 90° पेक्षा जास्त पण 180° पेक्षा कमी
(C) 90° पेक्षा कमी (D) 180° पेक्षा जास्त

9. जर छेदिकेच्या एकाच बाजूच्या आंतरकोनांच्या मापांचे गुणोत्तर $5 : 4$, असेल, तर त्यातील लहान कोनाचे माप _____ असेल.

- (A) 40° (B) 50° (C) 80° (D) 100°

10. लगतच्या आकृतीत, जर $\angle ABE : \angle BED = 3 : 7$, असेल, तर $\angle CBE : \angle BEF =$

- (A) $3 : 7$
(B) $3 : 10$
(C) $7 : 3$
(D) $10 : 3$

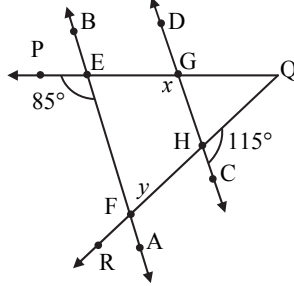




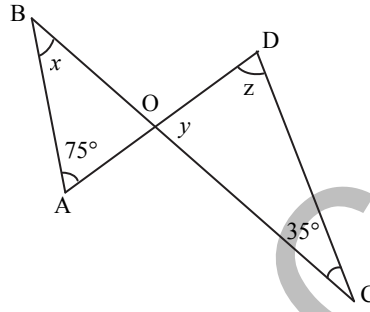
सरावासाठी अधिक उदाहरणे

सरावसंच 2.1 वर आधारित

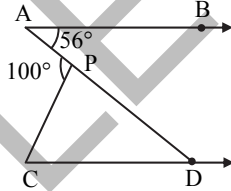
1. खालील आकृतीमध्ये, जर रेषा $AB \parallel$ रेषा CD , तर x व y च्या किमती काढा .



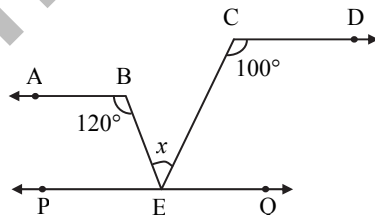
2. खालील आकृतीमध्ये, $AB \parallel CD$, तर x, y व z च्या किमती काढा.



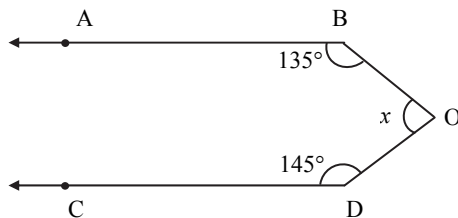
3. खालील आकृतीमध्ये, जर $AB \parallel CD$, तर $\angle PCD$ व $\angle CPD$ ची मापे काढा.



4. खालील आकृतीमध्ये, जर रेषा $AB \parallel CD$, तर x ची किंमत काढा.

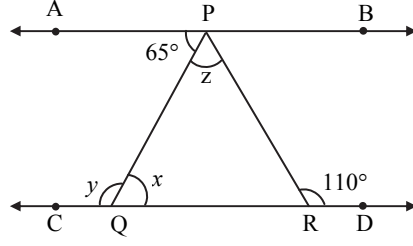


5. खालील आकृतीमध्ये, $AB \parallel CD$, तर x ची किंमत शोधा.



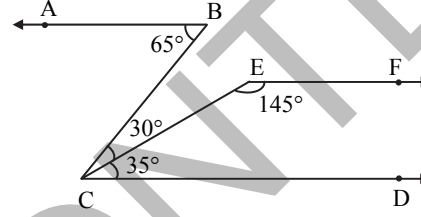


6. खालील आकृतीत, रेषा $AB \parallel$ रेषा CD , तर x, y, z च्या किमती काढा.

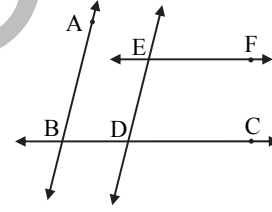


सरावसंच 2.2 वर आधारित

1. छेदिकेच्या एकाच बाजूला असणाऱ्या आंतरकोनांचे दुभाजक एकमेकांना लंब असतात हे सिद्ध करा.
2. सोबतच्या आकृतीत, $m\angle ABC = 65^\circ$,
 $m\angle DCE = 35^\circ$, $m\angle CEF = 145^\circ$, $m\angle BCE = 30^\circ$
तर किरण $AB \parallel$ किरण EF हे सिद्ध करा.

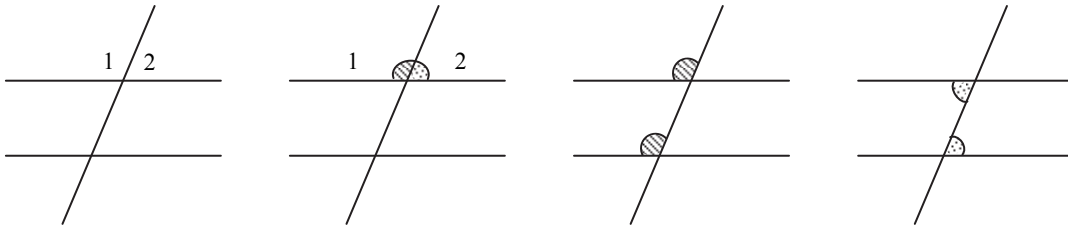


3. सोबतच्या आकृतीत, रेषा $AB \parallel$ रेषा ED आणि रेषा $EF \parallel$ रेषा DC ,
तर $\angle ABC$ आणि $\angle DEF$ हे पूरक कोन आहेत हे सिद्ध करा.



उपक्रम / प्रकल्प

1. दोन समांतर रेषा व त्यांची छेदिका यांच्यामुळे तयार झालेल्या कोनांच्या गुणधर्मांचा पडताळा घेणे. (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 14)
जाड रंगीत कागदाचा एक तुकडा घ्या. त्यावर दोन समांतर रेषा काढून एक छेदिका काढा.
या तीनही रेषांवर सरळ काड्या डिकाने चिकटवा. येथे तयार झालेल्या आठ कोनांपैकी $\angle 1$ व $\angle 2$ च्या कोनांच्या मापांएवढे रंगीत पत्रिकेचे तुकडे कापा. (खालील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे) हे तुकडे संबंधित संगतकोन, व्युत्क्रमकोन व आंतरकोनांजवळ ठेवून गुणधर्मांचा पडताळा घ्या.

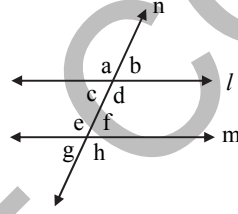


[विद्यार्थ्यांनी हा उपक्रम स्वतः करावा.]



1. खालील विधानांकरता दिलेल्या पर्यायांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

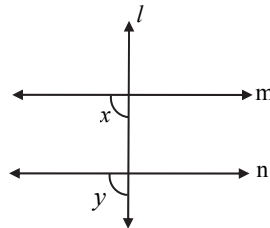
- i. जर दोन रेषा परस्पराना छेदत असतील, तर _____
- (A) व्युत्क्रम कोनांची जोडी एकरूप असते.
 (B) विरुद्ध कोनांची जोडी एकरूप असते.
 (C) संगत कोनांची जोडी एकरूप असते.
 (D) आंतरकोनांची जोडी एकरूप असते.
- ii. जर दोन समांतर रेषांना एक छेदिका छेदत असेल, तर खालीलपैकी कोणते विधान बरोबर नाही?
- (A) संगत कोनांची एक जोडी एकरूप असते.
 (B) आंतरकोन कोटिकोन असतात.
 (C) व्युत्क्रम कोनांची एक जोडी एकरूप असते.
 (D) आंतरकोनांची एक जोडी पूरक असते.
- iii. खाली दिलेल्या आकृतीसाठी जर रेषा $l \parallel$ रेषा m व रेषा n ही त्यांची छेदिका असेल, तर कोणते विधान असत्य आहे?



- (A) $a + b = 180^\circ$ (B) $d + f = 180^\circ$
 (C) $e + g = 180^\circ$ (D) $c + f = 180^\circ$
- iv. 65° कोनाच्या रेषीय जोडीत असणाऱ्या कोनाचे माप काढून त्याच्या व्युत्क्रम कोनाचे माप काढा.
- (A) 65° (B) 25°
 (C) 115° (D) 130°
- v. खालील कोनांच्या जोड्यांपैकी कोणती जोडी, दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदल्यावर तिच्या एकाच बाजूस तयार होणाऱ्या आंतरकोनांची आहे?
- (A) $30^\circ, 60^\circ$ (B) $30^\circ, 150^\circ$
 (C) $60^\circ, 130^\circ$ (D) $50^\circ, 120^\circ$

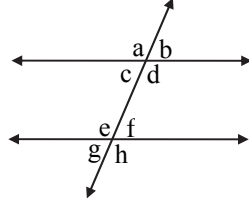
2. खालील प्रश्न सोडवा.

- i. खालील आकृतीमध्ये, जर $\angle x = 84^\circ$ व $\angle y = 83^\circ$, तर 'रेषा $m \parallel$ रेषा n ' हे विधान सत्य की असत्य ते सकारण सांगा.





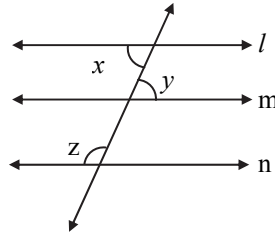
- ii. जर एक रेखा त्याच प्रतलातील दोन रेषांना लंब असेल; तर त्या दोन रेषा परस्परांना समांतर असतात. हे सिद्ध करा.
- iii. खालील आकृतीतील बाह्यव्युत्क्रम कोनांच्या जोड्या लिहा.



3. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

[9]

- i. खालील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे जर $\angle x \cong \angle y$ आणि $x + y = 180^\circ$, तर रेषा $m \parallel$ रेषा n हे सिद्ध करा.

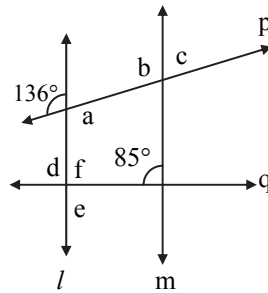


- ii. जर दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या व्युत्क्रम कोनांच्या कोणत्याही जोडीचे दुभाजक समांतर असतात हे सिद्ध करा.
- iii. त्रिकोणाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते, हे सिद्ध करा.

4. कोणताही एक प्रश्न सोडवा.

[5]

- i. खालील आकृतीमध्ये, रेषा $l \parallel$ रेषा m . आकृतीत दिलेल्या कोनांच्या मापांवरून $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$, व $\angle f$ यांची मापे काढा.



- ii. जर एक छेदिका दोन समांतर रेषांना छेदत असेल तर छेदिकेच्या दोन्ही बाजूंना असणाऱ्या आंतरकोनांच्या दुभाजकांनी तयार होणारा चौकोन हा आयत असतो हे सिद्ध करा.



उत्तरे

बहुपर्यायी प्रश्न

1. (D) 2. (A) 3. (B) 4. (C) 5. (C) 6. (B) 7. (B) 8. (B) 9. (C) 10. (C)

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

सरावसंच 2.1 वर आधारित

- | | |
|---|--|
| 1. $x = 85^\circ, y = 65^\circ$ | 2. $x = 35^\circ, y = 70^\circ, z = 75^\circ$ |
| 3. $\angle PCD = 44^\circ, \angle CPD = 80^\circ$ | 4. $x = 40^\circ$ |
| 5. $x = 80^\circ$ | 6. $x = 65^\circ, y = 115^\circ, z = 45^\circ$ |

सराव परीक्षा

1. i. B ii. B iii. D iv. C
v. B
2. i. असत्य
iii. $\angle a$ आणि $\angle h$; $\angle b$ आणि $\angle g$
4. i. $\angle a = 136^\circ, \angle b = 136^\circ, \angle c = 44^\circ, \angle d = 85^\circ, \angle f = 95^\circ$



इयत्ता नववी

AVAILABLE SUBJECTS:

- My English Notes
- हिंदी लोकभारती
- हिंदी लोकवाणी
- मराठी कुमारभारती
- गणित भाग - I
- गणित भाग - II
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान
- इतिहास व राज्यशास्त्र
- भूगोल



ठळक वैशिष्ट्ये:

- पाठाधारित आणि संकल्पनांवे आधारित सर्व प्रश्नांचा समावेश
- सरावासाठी भरपूर प्रश्न
- स्वयंमूल्यमापनासाठी 'पाठाची उजळणी' अंतर्भूत
- पाठ्यपुस्तकातील सर्व प्रकल्पांची उत्तरे समाविष्ट
- भाषा विषयांमध्ये व्याकरण घटक आणि उपयोजित लेखन घटकांचा परिपूर्ण आढावा
- सामाजिक शास्त्रे, गणित आणि विज्ञान या विषयांच्या संकल्पनांचा परिपूर्ण आढावा

BUY NOW

Target Publications Pvt. Ltd.

88799 39712 / 13 / 14 / 15

mail@targetpublications.org

www.targetpublications.org