SAMPLE CONTENT

Perfect Notes

गणित भाग - I

इयत्ता नववी

(मराठी माध्यम)

Target Publications Pvt. Ltd.

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे
यांच्याद्वारे शैक्षणिक वर्ष 2017-2018 मधील नियोजित नवीन अभ्यासक्रमावर आधारित

गणित भाग - I

इयत्ता नववी

ठळक वैशिष्ट्ये:

- नवीन अभ्यासक्रमावर आधारित.
- संपूर्ण अभ्यासक्रमाचा परिपूर्ण आढावा.
- प्रत्येक प्रकरणाच्या सुरुवातीला प्रश्नांची प्रश्न प्रकारांनुसार विभागणी.
- सर्व प्रकारच्या प्रश्नांची सविस्तर उकल.
- सरावासाठी अधिक प्रश्न.
- स्पर्धापरीक्षांच्या सरावासाठी बहुपर्यायी प्रश्न.
- प्रत्येक प्रकरणावर आधारित सराव परीक्षा.

Printed at: **Jasmine Art Printers Pvt. Ltd.,** Navi Mumbai

P.O. No. 118036

TEID: 12573_JUP

प्रस्तावना

नमस्कार,

शिक्षण मंडळाचा 'इयत्ता नववी गणित (भाग- I)'चा नवीन अभ्यासक्रम पूर्वीच्या तुलनेत फार कल्पक व मुलांच्या दैनंदिन जीवनातील गणितीय संकल्पना स्पष्ट करणारा आहे, त्यामुळे अशा नावीन्यपूर्ण अभ्यासक्रमावर आधारित पुस्तक तयार करण्याचे आव्हान आमच्यासमोर होते. हे आव्हान पेलत **टार्गेट प्रकाशनाचे इयत्ता नववी गणित (भाग- I)** हे पुस्तक विद्यार्थ्यांच्या हाती देताना आम्हांला आनंद होत आहे.

नववी हा दहावीचा पाया असल्याने, या इयत्तेतील गणितीय संकल्पनांचा परिणाम थेट विद्यार्थ्यांच्या पुढील शैक्षणिक वर्षांतील प्रगतीवर होतो, त्यामुळे संकल्पनांच्या प्रभावी मांडणीवर आम्ही या पुस्तकात भर दिला आहे. मुलांना या संकल्पना समजल्या, की रोजच्या व्यवहारात त्या अंमलात आणणे त्यांना सहज शक्य होईल.

सुलभ आकलनासाठी प्रकरणातील सर्व सरावसंच, संकीर्ण प्रश्नसंग्रह व सरावाची अधिक उदाहरणे यांची प्रश्न प्रकारांनुसार विभागणी केली आहे. प्रत्येक सरावसंचाच्या विभागात विविध गणिती संकल्पनांचा अत्यंत सोप्या भाषेत परिचय करून दिला आहे. प्रकरणातील विषयाशी संबंधित पाठ्यपुस्तकातील, तसेच अधिकची गणिते सोडवून दाखवली आहेत.

'सरावासाठी अधिक उदाहरणे' या विभागात मुलांच्या उत्तम सरावासाठी प्रत्येक सरावसंचावर आधारित अधिकचे प्रश्न व त्यांची उत्तरे दिली आहेत. यामुळे, विद्यार्थ्यांचे आकलन वाढण्यास निश्चित मदत होईल. पाठ्यपुस्तकातील सोडवलेल्या उदाहरणांचा समावेशही या पुस्तकात केला आहे.

'उपक्रम / प्रकल्प' विभागात, पाठ्यपुस्तकातील सर्व उपक्रम व कृतींवर आधारित प्रश्न आवश्यक तेथे सोडवून दिले आहेत.

स्वयंमूल्यमापनासाठी प्रत्येक प्रकरणाच्या शेवटी 'सराव परीक्षा' समाविष्ट केली आहे. विद्यार्थ्यांचे प्रकरणाचे आकलन जोखण्यासाठी या परीक्षा निश्चितच प्रभावी ठरतील. या परीक्षांमध्ये बहुपर्यायी स्वरूपाच्या प्रश्नांचा समावेश केला आहे, ज्यामुळे गणिताच्या स्पर्धापरीक्षा देणाऱ्या विद्यार्थ्यांना याद्वारे सरावही करता येईल.

हे पुस्तक उत्कृष्ट व्हावे यासाठी आम्ही सर्वतोपरी प्रयत्न केले आहेत, तरी आपल्या काही सूचना असल्यास आम्हांला अवश्य कळवा. आपला अभिप्राय पुढील इ मेल पत्त्यावर पाठवावा ही विनंती: mail@targetpublications.org

अभिनव अभ्यासासाठी विद्यार्थ्यांना खूप खूप शुभेच्छा!

प्रकाशक

Edition: First

अनुक्रमणिका

पाठ्यपुस्तकातील सोडवलेली उदाहरणे “+” या चिन्हाने दर्शवली आहेत.

2 वास्तव संख्या

प्रश्न प्रकार	सरावसंच	प्रश्न क्रमांक
परिमेय संख्येचे दशांश रूप	2.1	प्र.1, 2
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.1 वर आधारित)	प्र.1
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 2	प्र.3
अखंड आवर्ती दशांश रूपातील परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ या रूपात मांडणे	2.1	प्र.3
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.1 वर आधारित)	प्र.2, 3
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 2	प्र.2
अपरिमेय आणि वास्तव संख्या	2.2	प्र.1, 2, 3, 4
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.2 वर आधारित)	प्र.1, 2
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 2	प्र.4
करणी, करणींची कोटी	2.3	प्र.1, 2
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.3 वर आधारित)	प्र.1
करणीचे सोपे रूप, परिमेयीकरण गुणक	2.3	प्र.4
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.3 वर आधारित)	प्र.5, 8
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 2	प्र. 5, 6
सजातीय करणी, विजातीय करणी	2.3	प्र.3
करणीवरील क्रिया	2.3	प्र. 6, 7, 8
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.3 वर आधारित)	प्र.3, 6, 7
	2.4	प्र.1
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 2	प्र. 7
करणींची तुलना	2.3	प्र.5
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.3 वर आधारित)	प्र.2
छेदाचे परिमेयीकरण	2.3	प्र.9
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.3 वर आधारित)	प्र.4
	2.4	प्र.2
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.4 वर आधारित)	प्र.1
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 2	प्र.8
केवलमूल्य	2.5	प्र.1, 2
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 2.5 वर आधारित)	प्र.1, 2

जरा आठवूया

1. संख्यासंच:

i. N = नैसर्गिक संख्यासंच
$= \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

ii. W = पूर्ण संख्यासंच
$= \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

iii. I = पूर्णांक संख्यासंच
$= \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

iv. Q = परिमेय संख्यासंच

$$= \left\{\frac{p}{q} \mid p, q, \in I, q \neq 0\right\}$$

v. R = वास्तव संख्यासंच.

$N \subseteq W \subseteq I \subseteq Q \subseteq R$

2. परिमेय संख्यांमधील क्रमसंबंध:

जर $\frac{p}{q}$ आणि $\frac{r}{s}$ या कोणत्याही दोन परिमेय संख्या असतील ($q > 0, s > 0$), तर

i. जर $ps = qr$, तर $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$

उदा. $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$, कारण $3 \times 10 = 5 \times 6$

ii. जर $ps > qr$, तर $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$

उदा. $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$, कारण $3 \times 5 > 4 \times 2$

iii. जर $ps < qr$, तर $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$

उदा. $\frac{1}{5} < \frac{2}{3}$, कारण $1 \times 3 < 2 \times 5$

चला अभ्यास करूया

परिमेय संख्यांचे गुणधर्म

a, b, c या परिमेय संख्या असतील, तर

अ. क्र.	गुणधर्म	बेरीज	गुणाकार
1.	क्रमनिरपेक्षता	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
2.	साहचर्य	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
3.	अविकारक	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \times 1 = 1 \times a = a$
4.	व्यस्त	$a + (-a) = 0$	$a \times \frac{1}{a} = 1\ (a \neq 0)$

जरा आठवूया

परिमेय संख्येचे दशांश रूप:

परिमेय संख्यांचे दशांश रूप हे

i. खंडित किंवा

ii. अखंड आवर्ती असते.

उदा.

खंडित	अखंड आवर्ती
$\frac{4}{5} = 0.8$	$\frac{1}{3} = 0.333\ldots = 0.\dot{3}$
$\frac{17}{8} = 2.125$	$\frac{2}{7} = 0.285714285714\ldots = 0.\overline{285714}$
$\frac{45}{6} = 7.5$	$\frac{7}{12} = 0.58333\ldots = 0.58\bar{3}$

लक्षात ठेवा

i. जेव्हा 'q' चे मूळ अवयव 2 किंवा 5 किंवा 2 व 5 हे एकत्र असतात, तेव्हा $\frac{p}{q}$ या परिमेय संख्येचे दशांश रूप हे खंडित असते.

ii. जेव्हा मूळ अवयव 2 किंवा 5 पेक्षा वेगळे असतात, तेव्हा त्या परिमेय संख्येचे दशांश रूप अखंड आवर्ती असते.

चला अभ्यास करूया

अखंड आवर्ती दशांश रूपातील परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ या रूपात मांडणे

दिलेल्या संख्येत दशांश चिन्हानंतर लगेच किती अंक आवर्ती आहेत हे पाहून त्याप्रमाणे त्या संख्येला 10, 100, 1000 यांपैकी योग्य संख्येने गुणावे.

उदा.

i. $4.\dot{5}$ या संख्येत 5 हा एकच अंक आवर्ती आहे, म्हणून $4.\dot{5}$ ही संख्या $\frac{p}{q}$ रूपात आणण्यासाठी तिला 10 ने गुणावे.

ii. $0.\dot{5}$ हा आवर्ती दशांश अपूर्णांक $\frac{p}{q}$ रूपात लिहा.

उकल:

समजा, $x = 0.\dot{5}$ …(i)

दोन्ही बाजूंना 10 ने गुणून,

$10x = 5.\dot{5}$ …(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$10x - x = 5.\dot{5} - 0.\dot{5}$

$\therefore \quad 9x = 5$

$\therefore \quad x = \dfrac{5}{9}$

$\therefore \quad \mathbf{0.\dot{5} = \dfrac{5}{9}}$

हे करून पाहा

1. $2.4\dot{3}$ ही संख्या $\dfrac{p}{q}$ रूपात लिहिण्यासाठी काय कराल?

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 20)

उकल:

समजा, $x = 2.4\dot{3}$ …(i)

दोन्ही बाजूंना 100 ने गुणून,

$100x = 243.3\dot{3}$ …(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$100x - x = 243.3\dot{3} - 2.4\dot{3}$

$\therefore \quad 99x = 240.9$

$\therefore \quad x = \dfrac{240.9}{99}$

$\therefore \quad 2.4\dot{3} = \dfrac{240.9}{99}$

म्हणूनच, $2.4\dot{3}$ ही संख्या $\dfrac{p}{q}$ रूपात लिहिण्यासाठी तिला 10 ऐवजी 100 ने गुणावे लागेल.

सरावसंच 2.1

1. खालीलपैकी कोणत्या परिमेय संख्यांचे दशांश रूप खंडित असेल आणि कोणत्या संख्येचे दशांश रूप अखंड आवर्ती असेल ते लिहा.

i. $\dfrac{13}{5}$ ii. $\dfrac{2}{11}$

iii. $\dfrac{29}{16}$ iv. $\dfrac{17}{125}$

v. $\dfrac{11}{6}$

उत्तर:

i. $5 = 1 \times 5 = 2^0 \times 5^1$

येथे छेद $2^m \times 5^n$ या रूपात आहे, म्हणूनच या परिमेय संख्येचे दशांश रूप **खंडित** असेल.

---

ii. $11 = 1 \times 11$

येथे छेद $2^m \times 5^n$ या रूपात नाही, म्हणूनच या परिमेय संख्येचे दशांश रूप **अखंड आवर्ती** असेल.

---

iii. $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 2^4 \times 5^0$

येथे छेद $2^m \times 5^n$ या रूपात आहे, म्हणूनच या परिमेय संख्येचे दशांश रूप **खंडित** असेल.

---

iv. $125 = 1 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^0 \times 5^3$

येथे छेद $2^m \times 5^n$ या रूपात आहे, म्हणूनच या परिमेय संख्येचे दशांश रूप **खंडित** असेल.

---

v. $6 = 2 \times 3$

येथे छेद $2^m \times 5^n$ या रूपात नाही, म्हणूनच या परिमेय संख्येचे दशांश रूप **अखंड आवर्ती** असेल.

---

2. खालील परिमेय संख्या दशांश रूपात लिहा.

i. $\dfrac{127}{200}$ ii. $\dfrac{25}{99}$

iii. $\dfrac{23}{7}$ iv. $\dfrac{4}{5}$

v. $\dfrac{17}{8}$

उत्तर:

i. $\dfrac{127}{200} = \dfrac{127}{2\times100} = \dfrac{63.5}{100} = 0.635$

$\therefore \quad \mathbf{\dfrac{127}{200} = 0.635}$

---

ii. $\dfrac{25}{99} = 0.2525.....$

$\therefore \quad \mathbf{\dfrac{25}{99} = 0.\overline{25}}$

---

iii. $\dfrac{23}{7} = 3.285714285714.....$

$\therefore \quad \mathbf{\dfrac{23}{7} = 3.\overline{285714}}$

---

iv. $\dfrac{4}{5} = \dfrac{4\times2}{5\times2} = \dfrac{8}{10} = 0.8$

$\therefore \quad \mathbf{\dfrac{4}{5} = 0.8}$

---

v. $\dfrac{17}{8} = \dfrac{17\times1.25}{8\times1.25} = \dfrac{21.25}{10} = 2.125$

$\therefore \quad \mathbf{\dfrac{17}{8} = 2.125}$

3. खालील परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ रूपात लिहा.

i. $0.\dot{6}$ ii. $0.\overline{37}$

iii. $3.\overline{17}$ iv. $15.\overline{89}$

v. $2.\overline{514}$

उकल:

i. समजा, $x = 0.\dot{6}$ …(i)

दोन्ही बाजूंना 10 ने गुणून,

$10x = 6.\dot{6}$ …(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$10x - x = 6.\dot{6} - 0.\dot{6}$

$\therefore$ $9x = 6$

$\therefore$ $x = \frac{6}{9} = \frac{3 \times 2}{3 \times 3}$

$\therefore$ $x = \frac{2}{3}$

$\therefore$ $\mathbf{0.\dot{6} = \frac{2}{3}}$

---

ii. समजा, $x = 0.\overline{37}$ …(i)

दोन्ही बाजूंना 100 ने गुणून,

$100x = 37.\overline{37}$ …(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$100x - x = 37.\overline{37} - 0.\overline{37}$

$\therefore$ $99x = 37$

$\therefore$ $x = \frac{37}{99}$

$\therefore$ $\mathbf{0.\overline{37} = \frac{37}{99}}$

---

iii. समजा, $x = 3.\overline{17}$ …(i)

दोन्ही बाजूंना 100 ने गुणून,

$100x = 317.\overline{17}$ …(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$100x - x = 317.\overline{17} - 3.\overline{17}$

$\therefore$ $99x = 314$

$\therefore$ $x = \frac{314}{99}$

$\therefore$ $\mathbf{3.\overline{17} = \frac{314}{99}}$

---

iv. समजा, $x = 15.\overline{89}$ …(i)

दोन्ही बाजूंना 100 ने गुणून,

$100x = 1589.\overline{89}$ …(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$100x - x = 1589.\overline{89} - 15.\overline{89}$

$\therefore$ $99x = 1574$

$\therefore$ $x = \frac{1574}{99}$

$\therefore$ $\mathbf{15.\overline{89} = \frac{1574}{99}}$

---

v. समजा, $x = 2.\overline{514}$ …(i)

दोन्ही बाजूंना 1000 ने गुणून,

$1000x = 2514.\overline{514}$ …(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$1000x - x = 2514.\overline{514} - 2.\overline{514}$

$\therefore$ $999x = 2512$

$\therefore$ $x = \frac{2512}{999}$

$\therefore$ $\mathbf{2.\overline{514} = \frac{2512}{999}}$

जरा आठवूया

संख्यारेषेवर अपरिमेय संख्या दर्शवण्याकरता:

उदा: $\sqrt{2}$ संख्यारेषेवर दाखविण्यासाठी

उकल:

ΔOAB मध्ये,

m$\angle$OAB = 90°

पायथागोरसच्या सिद्धांतानुसार,

$(OB)^2 = (OA)^2 + (AB)^2$

$\therefore$ $(OB)^2 = (1)^2 + (1)^2$

$\therefore$ $(OB)^2 = 2$

$\therefore$ OB = $\sqrt{2}$ एकक

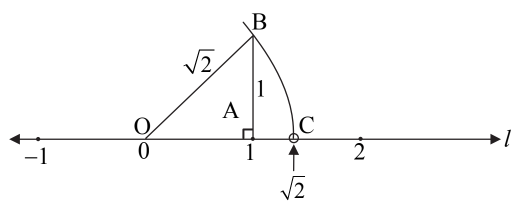
…[दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ काढून]

मांडणीतील टप्पे:

i. संख्यारेषा आखून 1 या ठिकाणी A हा बिंदू घ्या.

ii. AB हा संख्यारेषेवरील लंब असा काढा, की AB = 1 एकक

iii. ‘O’ हा केंद्रबिंदू घेऊन OB ही त्रिज्या मानून एक असा कंस काढा जो संख्यारेषेला C या ठिकाणी छेदेल.



चला अभ्यास करूया

अपरिमेय आणि वास्तव संख्या

1. अपरिमेय संख्या:
ज्या संख्या परिमेय संख्या नसतात त्यांना अपरिमेय संख्या म्हणतात. अपरिमेय संख्यांचा संच Q' ने दर्शवतात.

उदा:

i. $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $2+\sqrt{8}$, π, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$ ह्या अपरिमेय संख्या आहेत.

---

2. अपरिमेय संख्यांची दशांश रूपात मांडणी:
अखंड अनावर्ती दशांश रूपातील संख्या अपरिमेय असते.

उदा. $\sqrt{2} = 1.41421356\ldots$
$\sqrt{3} = 1.73205080\ldots$
$\sqrt{5} = 2.23606797\ldots$

---

3. $\sqrt{2}$ ही संख्या परिमेय संख्या नाही, हे दाखवणे:
हे अप्रत्यक्ष पद्धतीने सिद्ध करता येईल.

समजा, $\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे; म्हणून $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, येथे 'a' व 'b' चा 1 व्यतिरिक्त एकही सामाईक अवयव नाही व $b \neq 0$.

$\therefore$ $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, येथे, 'a' आणि 'b' ह्या सहमूळ संख्या आहेत.

$\therefore$ $b\sqrt{2} = a$

$\therefore$ $2b^2 = a^2$ …(i) [दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून]

$\therefore$ $b^2 = \frac{a^2}{2}$

जर a^2 ला 2 ने भाग जातो, तर a ला सुद्धा 2 ने भाग जातो. म्हणून, आपण $a = 2c$, असे लिहू. येथे c ही पूर्णांक संख्या आहे.

$\therefore$ $a^2 = (2c)^2$ …[दोन्ही बाजूंचा वर्ग घेऊन]

$\therefore$ $2b^2 = 4c^2$ …[(i) वरून]

$\therefore$ $b^2 = 2c^2$

$\therefore$ $c^2 = \frac{b^2}{2}$

जर, 2 ने b^2 ला भाग जातो, तर 2 ने b ला सुद्धा भाग जातो.

$\therefore$ 2 ने 'a' व 'b' दोघांना भाग जातो.

$\therefore$ a आणि b चा 2 हा सामाईक अवयव आहे.

परंतु, आपण a आणि b यांचा 1 व्यतिरिक्त सामाईक अवयव नाही असे मानले आहे. येथे विसंगती आहे. ही विसंगती उद्भवली, कारण आपण $\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे असे मानले आहे.

$\therefore$ **$\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या नाही.**

---

4. अपरिमेय संख्यांचे गुणधर्म:

i. $Q \pm Q' = Q'$
ii. $Q \times Q' = Q'$
iii. $Q \div Q' = Q'$
iv. $Q' \pm Q' = Q$ किंवा Q'
v. $Q' \times Q' = Q$ किंवा Q'
vi. $Q' \div Q' = Q$ किंवा Q'

येथे, Q = शून्येतर परिमेय संख्या
Q' = शून्येतर अपरिमेय संख्या

वास्तव संख्या

1. सर्व परिमेय संख्या आणि सर्व अपरिमेय संख्या मिळून वास्तव संख्या संच तयार होतो.
$Q \cup Q' = R$
2. वास्तव संख्या संच R या अक्षराने दर्शवतात.

वास्तव संख्यांवरील क्रमसंबंधाचे गुणधर्म

1. a आणि b या दोन वास्तव संख्यांसाठी खालीलपैकी कोणताही एक व एकच संबंध असतो.
   i. $a = b$
   ii. $a < b$
   iii. $a > b$
2. जर $a < b$ आणि $b < c$, तर $a < c$
3. जर $a < b$, तर $a + c < b + c$
4. समजा, $a < b$, तर
   i. जर $c > 0$, तर $ac < bc$
   ii. जर $c < 0$, तर $ac > bc$

   उदा.

   a. $2 < 5$ आणि $3 > 0$
   $\therefore$ $2 \times 3 < 5 \times 3$

   b. $2 < 5$ आणि $-3 < 0$
   $\therefore$ $2 \times (-3) > 5 \times (-3)$

ऋण संख्यांचे वर्गमूळ

1. ऋण वास्तव संख्यांचे वर्गमूळ वास्तव संख्या नसते.

लक्षात ठेवा

i. संख्यारेषेवरील प्रत्येक बिंदूचा निर्देशक ही वास्तव संख्या असते आणि प्रत्येक वास्तव संख्येशी निगडित असणारा बिंदू संख्यारेषेवर असतो.

ii. प्रत्येक परिमेय संख्या वास्तव संख्या असते; परंतु प्रत्येक वास्तव संख्या परिमेय संख्या नसते.

iii. 0 चा वर्गमूळ 0 च असतो.

सरावसंच 2.2

1. $4\sqrt{2}$ ही संख्या अपरिमेय आहे हे सिद्ध करा.

उकल:

$4\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे असे मानू.

a आणि b या सहमूळ संख्या अशाप्रकारे शोधू शकतो, की $(b \neq 0)$

$4\sqrt{2} = \frac{a}{b}$

$\therefore$ $b\left(4\sqrt{2}\right) = a$

$\therefore$ $32b^2 = a^2$ ...(i) [दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून]

$\therefore$ $b^2 = \frac{a^2}{32}$

जर 32 ने a^2 ला भाग जातो, तर 32 ने a ला सुद्धा भाग जातो.

$\therefore$ $a = 32c$ असे लिहू, येथे c ही पूर्णांक संख्या आहे.

$\therefore$ $a^2 = (32c)^2$ ...[दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून]

$\therefore$ $32b^2 = 32 \times 32c^2$ ...[(i) वरून]

$\therefore$ $b^2 = 32c^2$

$\therefore$ $c^2 = \frac{b^2}{32}$

जर 32 ने b^2 ला भाग जातो,

तर 32 ने b ला सुद्धा भाग जातो.

$\therefore$ 32 ने a आणि b दोन्हींना भाग जातो.

$\therefore$ a आणि b चा 32 हा सामाईक अवयव आहे.

परंतु, a आणि b या सहमूळ संख्या असून त्यांचा 1 व्यतिरिक्त कोणताही सामाईक अवयव नाही.

$\therefore$ आपण $4\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे असे मानलेले विधान चूक आहे.

$\therefore$ **म्हणून, $4\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.**

पर्यायी पदधत :

$4\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे असे मानू.

'a' आणि 'b' या सहमूळ संख्या अशाप्रकारे शोधू शकतो, की $(b \neq 0)$

$\therefore$ $4\sqrt{2} = \frac{a}{b}$

$\therefore$ $\sqrt{2} = \frac{a}{4b}$

जर a आणि b पूर्णांक संख्या असतील, तर $\frac{a}{4b}$ ही परिमेय संख्या असेल. तसेच $\sqrt{2}$ ही देखील परिमेय संख्या असेल.

परंतु $\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

$\therefore$ आपले मानलेले विधान चुकीचे आहे.

$\therefore$ **$4\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.**

2. $3+\sqrt{5}$ ही संख्या अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

उकल:

समजा, $3+\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणून, आपल्याला 'a' आणि 'b' $(b \neq 0)$, ह्या सहमूळ संख्या अशा मिळतात, की

$3+\sqrt{5} = \frac{a}{b}$

$\therefore$ $\sqrt{5} = \frac{a}{b} - 3$

परंतु, 'a' आणि 'b' हे पूर्णांक आहेत, $\frac{a}{b} - 3$ ही परिमेय संख्या आहे म्हणून $\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु, हे $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे' या विधानाशी विसंगत आहे.

$\therefore$ $3+\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे, असे मानणे चुकीचे आहे.

$\therefore$ **$3+\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.**

3. $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ या संख्या संख्यारेषेवर दाखवा.

उत्तर: i. ΔOAB मध्ये, $m\angle OAB = 90°$

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

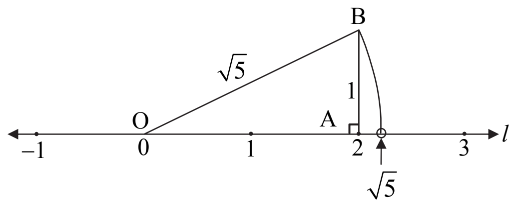
$(OB)^2 = (OA)^2 + (AB)^2$

$= (2)^2 + (1)^2$

$\therefore$ $(OB)^2 = 5$

$\therefore$ $OB = \sqrt{5}$ एकक

...[दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ काढून]



ii. ΔOPR मध्ये, $m\angle OPR = 90^\circ$

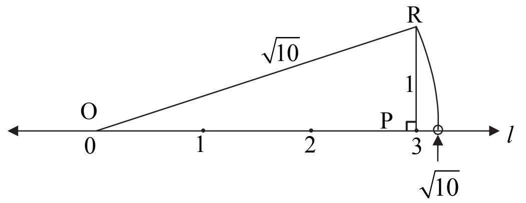
पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$$(OR)^2 = (OP)^2 + (PR)^2$$
$$= (3)^2 + (1)^2$$

$\therefore$ $(OR)^2 = 10$

$\therefore$ $OR = \sqrt{10}$ एकक

...[दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ काढून]



4. खाली दिलेल्या संख्यांच्या दरम्यानच्या कोणत्याही तीन परिमेय संख्या लिहा.

i. 0.3 आणि – 0.5

ii. – 2.3 आणि – 2.33

iii. 5.2 आणि 5.3

iv. – 4.5 आणि – 4.6

उत्तर: i. – 0.4, – 0.3, 0.2

ii. – 2.310, –2.310, –2.325

iii. 5.21, 5.22, 5.23

iv. – 4.51, – 4.55, – 4.58

[**टीप:** वरील प्रश्नांची एकापेक्षा अधिक उत्तरे असून विद्यार्थी दिलेल्या उत्तरांव्यतिरिक्त इतर उत्तरे लिहू शकतात.]

चला अभ्यास करूया

धन परिमेय संख्येचे मूळ

1. n धन पूर्णांक संख्या व $x^n = a$ असेल, तर x हे a चे n वे मूळ आहे असे म्हणतात.
   हे मूळ परिमेय किंवा अपरिमेय संख्या असू शकते.

उदा. $3^4 = 81$

$\therefore$ 3 हे 81चे चौथे मूळ आहे.

2. जर n ही 1 पेक्षा मोठी पूर्णांक संख्या असेल आणि जर 'a' ही धन वास्तव संख्या असेल आणि a चा 'n' वा घात हा 'x' असेल, तर ते पुढीलप्रमाणे लिहिता येईल,
   $x^n = a$ किंवा $\sqrt[n]{a} = x$.

करणी

1. जर n $(n \neq 1)$ ही नैसर्गिक संख्या आणि 'a' धन परिमेय संख्या असेल आणि '$\sqrt[n]{a}$' म्हणजेच 'x' ही अपरिमेय संख्या असेल; तर 'x' या संख्येला करणी म्हणतात.

उदा. i. $\sqrt{5}$ ही करणी आहे.
यामध्ये, $a = 5$, धन परिमेय संख्या.
2 ही करणीची कोटी आहे आणि $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

ii. $\sqrt[3]{8}$ ही करणी नाही, कारण $\sqrt[3]{8} = 2$ ही अपरिमेय संख्या नाही.

2. येथे '$\sqrt{\ }$' याला **करणी चिन्ह** म्हणतात.
   'n' ला **करणीची कोटी** म्हणतात.
   'a' ला **करणीस्थ संख्या** म्हणतात.

3. **करणीची कोटी:**
   $\sqrt[n]{a}$ या करणीची कोटी 'n' आहे असे म्हणतात.
   कोटी 2 असणाऱ्या करणींना **वर्ग करणी** म्हणतात.

उदा. i. $\sqrt{3}$ या करणीची 2 ही कोटी आहे.

ii. $\sqrt[3]{7}$ या करणीची 3 ही कोटी आहे.

iii. $\sqrt[4]{15}$ या करणीची 4 ही कोटी आहे.

करणीचे सोपे रूप

उदा. i. $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

ii. $\sqrt{\dfrac{7}{9}} = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}} = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$

सजातीय करणी

जर p आणि q या परिमेय संख्या असतील; तर $p\sqrt{a}$ आणि $q\sqrt{a}$ या प्रकारच्या करणींना सजातीय करणी म्हणतात.

उदा. $\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$, $\dfrac{2}{5}\sqrt{3}$ या सजातीय करणी आहेत.

लक्षात ठेवा

i. दोन किंवा अधिक करणींना सोपे रूप दिल्यानंतर समान अपरिमेय संख्या मिळत असेल; तर अशा करणींना सजातीय करणी असे म्हणतात.

करणींची तुलना

सारखी कोटी असलेल्या करणींची त्यांच्या करणीस्थ संख्येवरून तुलना करता येते.

जर $\sqrt{a}$ आणि $\sqrt{b}$ ह्या दोन करणी असतील; तर

i. $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ जर $a = b$

ii. $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ जर $a > b$

iii. $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ जर $a < b$

उदा. a. $\sqrt{5} < \sqrt{7}$ कारण $5 < 7$

b. $\sqrt{21} > \sqrt{15}$ कारण $21 > 15$

c. $3\sqrt{5}$ आणि $\sqrt{7}$ ची तुलना करा.

उकल: $3\sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \sqrt{45}$

येथे $45 > 7$

$\therefore \quad \sqrt{45} > \sqrt{7}$

$\therefore \quad 3\sqrt{5} > \sqrt{7}$

सजातीय करणीवरील क्रिया

बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार आणि भागाकार अशा गणितीय क्रिया सजातीय करणींवर करता येतात.

उदा :

i. $3\sqrt{3} + 9\sqrt{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3} = \left(3+9+\frac{2}{3}\right)\sqrt{3}$

$= \left(\frac{9+27+2}{3}\right)\sqrt{3}$

$= \frac{38}{3}\sqrt{3}$

$\therefore \quad \mathbf{3\sqrt{3} + 9\sqrt{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{38}{3}\sqrt{3}}$

ii. $8\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = (8-4)\sqrt{5} = \mathbf{4\sqrt{5}}$

iii. $5\sqrt{3} \times 7\sqrt{3} = 5 \times 7 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= 35 \times 3 = 105$

$\therefore \quad \mathbf{5\sqrt{3} \times 7\sqrt{3} = 105}$

iv. $21\sqrt{8} \div 3\sqrt{2} = \frac{21\sqrt{8}}{3\sqrt{2}} = \frac{21 \times 2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 14$

$\therefore \quad \mathbf{21\sqrt{8} \div 3\sqrt{2} = 14}$

करणीचे परिमेयीकरण

1. जर दोन करणींचा गुणाकार परिमेय संख्या येत असेल; तर एका करणीला दुसऱ्या करणीचा परिमेयीकरण गुणक म्हणतात.

उदा. $\sqrt{27} \times \sqrt{3} = \sqrt{81} = 9$

$\therefore$ $\sqrt{3}$ हा $\sqrt{27}$ च्या परिमेयीकरणाचा गुणक आहे.

2. **छेदाचे परिमेयीकरण:**

छेदाचे परिमेयीकरण करण्यासाठी परिमेयीकरण गुणकाचा उपयोग होतो. कोणत्याही संख्येचा छेद परिमेय संख्या असणे सोईचे असते, म्हणून छेदांचे परिमेयीकरण करतात.

उदा: $\frac{2}{\sqrt{5}}$ या छेदाचे परिमेयीकरण करा.

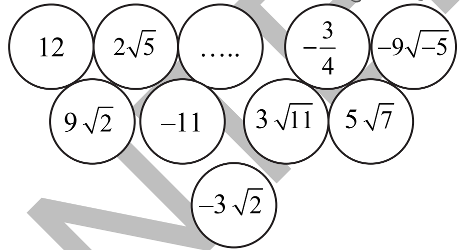
उकल:

$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ ...[अंशाला व छेदाला $\sqrt{5}$ ने गुणून]

$\therefore \quad \mathbf{\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$

हे करून पाहा

1. खालील कार्डांवर काही वास्तवसंख्या लिहिल्या आहेत. त्यांचा उपयोग करून बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकाराची दोन दोन उदाहरणे तयार करा व सोडवा. (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 34)



उत्तर: i. $9\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

ii. $12 - 5\sqrt{7} = 12 - 5\sqrt{7}$

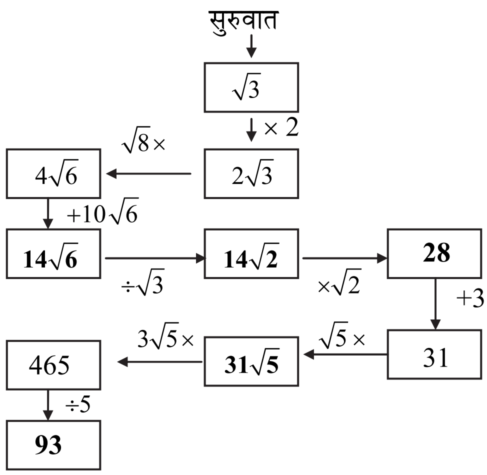
iii. $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{11} = 6\sqrt{55}$

iv. $\frac{2\sqrt{5}}{9\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{9\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{10}}{9 \times 2} = \frac{\sqrt{10}}{9}$

[**टीप:** येथे प्रत्येकी एक उदाहरण दिले आहे. विद्यार्थ्यांनी अधिक उदाहरणे तयार करावीत.]

---

2. खाली दर्शविलेल्या बाणांनुसार क्रिया करून तक्ता पूर्ण करा. (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 34)



---

3. $\mathbf{\sqrt{9+16}\ ?\ \sqrt{9} + \sqrt{16}}$ (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 28)

उकल:

$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

$\therefore \quad \sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$

4. $\sqrt{100+36}$? $\sqrt{100}+\sqrt{36}$ (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 28)

उकल:

$\sqrt{100+36} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$

$\sqrt{100}+\sqrt{36} = 10+6 = 16$

$\therefore \quad \sqrt{100+36} \neq \sqrt{100}+\sqrt{36}$

वरील दोन्ही उदाहरणांवरून,

$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$

लक्षात ठेवा

1. दिलेल्या करणीचा परिमेयीकरण गुणक एकमेव नसतो.

उदा. $\sqrt{8}$ या करणीचे $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 5\sqrt{2}$ असे अनेक परिमेयीकरण गुणक आहेत.

2. **करणीचे नियम:**

जर $a, b \in Q, a, b > 0$ आणि $m, n, p \in N$, तर

i. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ ii. $\sqrt[n]{a} . \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

iii. $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ iv. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

v. $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[mp]{a^{np}}$ vi. $\sqrt[m]{a^n} = \left(\sqrt[m]{a}\right)^n$

सरावसंच 2.3

1. पुढील करणींच्या कोटी सांगा.

i. $\sqrt[3]{7}$ ii. $5\sqrt{12}$

iii. $\sqrt[4]{10}$ iv. $\sqrt{39}$

v. $\sqrt[3]{18}$

उत्तर: i. 3   ii. 2

iii. 4   iv. 2

v. 3

2. पुढीलपैकी कोणत्या संख्या करणी आहेत हे सांगा.

i. $\sqrt[3]{51}$ ii. $\sqrt[4]{16}$

iii. $\sqrt[5]{81}$ iv. $\sqrt{256}$

v. $\sqrt[3]{64}$ vi. $\sqrt{\dfrac{22}{7}}$

उत्तर: i. $\sqrt[3]{51}$ **ही करणी आहे** कारण 51 ही धन परिमेय संख्या आहे, 3 ही धन पूर्णांक संख्या असून ती 1 पेक्षा मोठी आहे आणि $\sqrt[3]{51}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

ii. $\sqrt[4]{16}$ **ही करणी नाही** कारण $\sqrt[4]{16} = 2$ ही अपरिमेय संख्या नाही.

iii. $\sqrt[5]{81}$ **ही करणी आहे** कारण 81 ही धन परिमेय संख्या आहे, 5 ही धन पूर्णांक संख्या असून ती 1 पेक्षा मोठी आहे आणि $\sqrt[5]{81}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

iv. $\sqrt{256}$ **ही करणी नाही** कारण $\sqrt{256} = 16$ ही अपरिमेय संख्या नाही.

v. $\sqrt[3]{64}$ **ही करणी नाही** कारण $\sqrt[3]{64} = 4$ ही अपरिमेय संख्या नाही.

vi. $\sqrt{\dfrac{22}{7}}$ **ही करणी आहे** कारण $\dfrac{22}{7}$ ही धन परिमेय संख्या आहे, 2 ही धन पूर्णांक संख्या असून ती 1 पेक्षा मोठी आहे आणि $\sqrt{\dfrac{22}{7}}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

3. खालील जोड्यांपैकी कोणत्या करणींच्या जोड्या सजातीय व कोणत्या विजातीय आहेत हे ओळखा.

i. $\sqrt{52}, 5\sqrt{13}$ ii. $\sqrt{68}, 5\sqrt{3}$

iii. $4\sqrt{18}, 7\sqrt{2}$ iv. $19\sqrt{12}, 6\sqrt{3}$

v. $5\sqrt{22}, 7\sqrt{33}$ vi. $5\sqrt{5}, \sqrt{75}$

उकल:

i. $\sqrt{52} = \sqrt{4\times13} = 2\sqrt{13}$

$\therefore$ **$\sqrt{52}$ व $5\sqrt{13}$ या सजातीय करणी आहेत.**

ii. $\sqrt{68} = \sqrt{4\times17} = 2\sqrt{17}$

$\therefore$ **$\sqrt{68}$ व $5\sqrt{3}$ या विजातीय करणी आहेत.**

iii. $4\sqrt{18} = 4\times\sqrt{9\times2} = 4\times3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

$\therefore$ **$4\sqrt{18}$ व $7\sqrt{2}$ या सजातीय करणी आहेत.**

iv. $19\sqrt{12} = 19\times\sqrt{4\times3} = 19\times2\sqrt{3} = 38\sqrt{3}$

$\therefore$ **$19\sqrt{12}$ व $6\sqrt{3}$ या सजातीय करणी आहेत.**

v. **$5\sqrt{22}$ व $7\sqrt{33}$ या विजातीय करणी आहेत.**

vi. $\sqrt{75} = \sqrt{25\times3} = 5\sqrt{3}$

$\therefore$ **$5\sqrt{5}$ व $\sqrt{75}$ या विजातीय करणी आहेत.**

4. खालील करणींना सोपे रूप द्या.

i. $\sqrt{27}$ ii. $\sqrt{50}$

iii. $\sqrt{250}$ iv. $\sqrt{112}$

v. $\sqrt{168}$

उकल:

i. $\sqrt{27} = \sqrt{9\times3} = \mathbf{3\sqrt{3}}$

ii. $\sqrt{50} = \sqrt{25\times2} = \mathbf{5\sqrt{2}}$

iii. $\sqrt{250} = \sqrt{25\times10} = \mathbf{5\sqrt{10}}$

iv. $\sqrt{112} = \sqrt{16\times7} = \mathbf{4\sqrt{7}}$

v. $\sqrt{168} = \sqrt{4\times42} = \mathbf{2\sqrt{42}}$

5. खालील संख्यांमधील लहानमोठेपणा ठरवा.

i. $7\sqrt{2}$, $5\sqrt{3}$ ii. $\sqrt{247}$, $\sqrt{274}$
iii. $2\sqrt{7}$, $\sqrt{28}$ iv. $5\sqrt{5}$, $7\sqrt{2}$
v. $4\sqrt{42}$, $9\sqrt{2}$ vi. $5\sqrt{3}$, 9
vii. 7, $2\sqrt{5}$

उकल:

i. $7\sqrt{2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = \sqrt{98}$
$5\sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{75}$
परंतु, $98 > 75$
$\therefore \sqrt{98} > \sqrt{75}$
$\therefore$ $\mathbf{7\sqrt{2} > 5\sqrt{3}}$

---

ii. येथे, $247 < 274$
$\therefore$ $\mathbf{\sqrt{247} < \sqrt{274}}$

---

iii. $2\sqrt{7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = \sqrt{28}$
परंतु, $28 = 28$
$\therefore \sqrt{28} = \sqrt{28}$
$\therefore$ $\mathbf{2\sqrt{7} = \sqrt{28}}$

---

iv. $5\sqrt{5} = \sqrt{25} \times \sqrt{5} = \sqrt{125}$
$7\sqrt{2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = \sqrt{98}$
परंतु, $125 > 98$
$\therefore \sqrt{125} > \sqrt{98}$
$\therefore$ $\mathbf{5\sqrt{5} > 7\sqrt{2}}$

---

v. $4\sqrt{42} = \sqrt{16} \times \sqrt{42} = \sqrt{672}$
$9\sqrt{2} = \sqrt{81} \times \sqrt{2} = \sqrt{162}$
परंतु, $672 > 162$
$\therefore \sqrt{672} > \sqrt{162}$
$\therefore$ $\mathbf{4\sqrt{42} > 9\sqrt{2}}$

---

vi. $5\sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{75}$
$9 = \sqrt{81}$
परंतु, $75 < 81$
$\therefore \sqrt{75} < \sqrt{81}$
$\therefore$ $\mathbf{5\sqrt{3} < 9}$

---

vii. $7 = \sqrt{49}$
$2\sqrt{5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = \sqrt{20}$
परंतु, $49 > 20$
$\therefore \sqrt{49} > \sqrt{20}$
$\therefore$ $\mathbf{7 > 2\sqrt{5}}$

---

6. सोपे रूप द्या.

i. $5\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$
ii. $9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{125}$
iii. $7\sqrt{48} - \sqrt{27} - \sqrt{3}$
iv. $\sqrt{7} - \frac{3}{5}\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$

उकल:

i. $5\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = (5+8)\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$
$\therefore$ $\mathbf{5\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 13\sqrt{3}}$

---

ii. $9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{125}$
$= 9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{25\times5}$
$= 9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$
$= (9 - 4 + 5)\sqrt{5}$
$= 10\sqrt{5}$
$\therefore$ $\mathbf{9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{125} = 10\sqrt{5}}$

---

iii. $7\sqrt{48} - \sqrt{27} - \sqrt{3}$
$= 7\sqrt{16\times3} - \sqrt{9\times3} - \sqrt{3}$
$= 7\times4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \sqrt{3}$
$= 28\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \sqrt{3}$
$= (28 - 3 - 1)\sqrt{3}$
$= 24\sqrt{3}$
$\therefore$ $\mathbf{7\sqrt{48} - \sqrt{27} - \sqrt{3} = 24\sqrt{3}}$

---

iv. $\sqrt{7} - \frac{3}{5}\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$
$= \left(1 - \frac{3}{5} + 2\right)\sqrt{7}$
$= \left(3 - \frac{3}{5}\right)\sqrt{7}$
$= \frac{12\sqrt{7}}{5}$
$\therefore$ $\mathbf{\sqrt{7} - \frac{3}{5}\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = \frac{12\sqrt{7}}{5}}$

---

7. गुणाकार करा आणि तो सोप्या रूपात लिहा.

i. $3\sqrt{12} \times \sqrt{18}$
ii. $3\sqrt{12} \times 7\sqrt{15}$
iii. $3\sqrt{8} \times \sqrt{5}$
iv. $5\sqrt{8} \times 2\sqrt{8}$

उकल:

i. $3\sqrt{12} \times \sqrt{18} = 3 \times \sqrt{4\times3} \times \sqrt{9\times2}$
$= 3 \times 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}$
$= 18\sqrt{6}$
$\therefore$ $\mathbf{3\sqrt{12} \times \sqrt{18} = 18\sqrt{6}}$

---

ii. $3\sqrt{12} \times 7\sqrt{15} = 3 \times \sqrt{4\times3} \times 7 \times \sqrt{5\times3}$
$= 3 \times 2\sqrt{3} \times 7\sqrt{5} \times \sqrt{3}$
$= 42 \times 3 \times \sqrt{5}$
$= 126\sqrt{5}$
$\therefore$ $\mathbf{3\sqrt{12} \times 7\sqrt{15} = 126\sqrt{5}}$

iii. $3\sqrt{8} \times \sqrt{5} = 3 \times \sqrt{4 \times 2} \times \sqrt{5}$

$= 3 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5}$

$= 6\sqrt{10}$

$\therefore$ $\mathbf{3\sqrt{8} \times \sqrt{5} = 6\sqrt{10}}$

---

iv. $5\sqrt{8} \times 2\sqrt{8} = 5 \times 2 \times 8$

$\therefore$ $\mathbf{5\sqrt{8} \times 2\sqrt{8} = 80}$

8. भागाकार करा आणि तो सोप्या रूपात लिहा.

i. $\sqrt{98} \div \sqrt{2}$ ii. $\sqrt{125} \div \sqrt{50}$

iii. $\sqrt{54} \div \sqrt{27}$ iv. $\sqrt{310} \div \sqrt{5}$

उकल:

i. $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = \mathbf{7}$

---

ii. $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{125}{50}} = \sqrt{\frac{25 \times 5}{25 \times 2}} = \sqrt{\mathbf{\frac{5}{2}}}$

---

iii. $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{54}{27}} = \sqrt{\mathbf{2}}$

---

iv. $\frac{\sqrt{310}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{310}{5}} = \sqrt{\mathbf{62}}$

9. छेदाचे परिमेयीकरण करा.

i. $\frac{3}{\sqrt{5}}$ ii. $\frac{1}{\sqrt{14}}$

iii. $\frac{5}{\sqrt{7}}$ iv. $\frac{6}{9\sqrt{3}}$

v. $\frac{11}{\sqrt{3}}$

उकल:

i. $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

...[अंशाला व छेदाला $\sqrt{5}$ ने गुणून]

$= \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$

$= \frac{3\sqrt{5}}{5}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}}$

---

ii. $\frac{1}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{14}} \times \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{14}}$

... [अंशाला व छेदाला $\sqrt{14}$ ने गुणून]

$= \frac{1 \times \sqrt{14}}{\sqrt{14} \times \sqrt{14}}$

$= \frac{\sqrt{14}}{14}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{1}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{14}}$

---

iii. $\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

... [अंशाला व छेदाला $\sqrt{7}$ ने गुणून]

$= \frac{5 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$

$= \frac{5\sqrt{7}}{7}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}}$

---

iv. $\frac{6}{9\sqrt{3}} = \frac{6}{9\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

... [अंशाला व छेदाला $\sqrt{3}$ ने गुणून]

$= \frac{6 \times \sqrt{3}}{9\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

$= \frac{6\sqrt{3}}{9 \times 3}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{9}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{6}{9\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}}$

---

v. $\frac{11}{\sqrt{3}} = \frac{11}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

... [अंशाला व छेदाला $\sqrt{3}$ ने गुणून]

$= \frac{11 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

$= \frac{11\sqrt{3}}{3}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{11}{\sqrt{3}} = \frac{11\sqrt{3}}{3}}$

चला अभ्यास करूया

वर्गकरणीचे द्विपद रूप

1. दोन संख्यांपैकी एक वर्गकरणी असून दुसरी शून्येतर परिमेय संख्या किंवा एखादी वर्गकरणी असेल; तर अशा संख्यांच्या बेरजेला किंवा वजाबाकीला वर्गकरणीचे द्विपद रूप म्हणतात.

उदा. $\sqrt{5} + \sqrt{3}$, $2 - \sqrt{5}$, $5 - 2\sqrt{11}$

2. करणींची अनुबद्ध जोडी :

ज्या द्विपद करणींच्या जोडीचा गुणाकार परिमेय संख्या असतो अशा द्विपद करणींच्या जोड्यांना **अनुबद्ध जोड्या** म्हणतात.

उदा : $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right) = \left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= 25 - 9$

$= 16$

म्हणून, $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ आणि $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ या अनुबद्ध करणी एकमेकांचे परिमेयीकरण गुणक आहेत.

टीप: $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ किंवा $-\sqrt{5}+\sqrt{3}$ या $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ च्या अनुबद्ध जोड्या आहेत.

छेदाचे परिमेयीकरण

द्विपद करणी व तिची अनुबद्ध जोडी यांचा गुणाकार परिमेय असतो, या गुणधर्माचा उपयोग करून, छेद द्विपद करणी असणाऱ्या संख्यांच्या छेदांचे परिमेयीकरण करता येते.

उदा. $\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ या संख्येच्या छेदाचे परिमेयीकरण करा.

उकल:

$\sqrt{6}-\sqrt{2}$ या द्विपद करणींची अनुबद्ध जोडी $\sqrt{6}+\sqrt{2}$ आहे.

$\therefore \quad \dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

... [अंशाला व छेदाला $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$ ने गुणून]

$= \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\left(\sqrt{6}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}$ ...[$\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$]

$= \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{6-2}$

$= \mathbf{\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$

सरावसंच 2.4

1. गुणाकार करा.

i. $\sqrt{3}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)$

ii. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)\sqrt{2}$

iii. $\left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

उकल:

i. $\sqrt{3}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right) = \sqrt{3}\times\sqrt{7} - \sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$= \sqrt{21} - 3$

$\therefore \quad \mathbf{\sqrt{3}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right) = -3 + \sqrt{21}}$

ii. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)\sqrt{2} = \sqrt{5}\times\sqrt{2} - \sqrt{7}\times\sqrt{2}$

$\therefore \quad \mathbf{\left(\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)\sqrt{2} = \sqrt{10} - \sqrt{14}}$

iii. $\left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

$= 3\sqrt{2}\left(4\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) - \sqrt{3}\left(4\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

$= 3\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$- \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} + \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

$= 12\sqrt{6} - 3 \times 2 - 4 \times 3 + \sqrt{6}$

$= 13\sqrt{6} - 6 - 12$

$= 13\sqrt{6} - 18$

$= -18 + 13\sqrt{6}$

$\therefore \quad \mathbf{\left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) = -18 + 13\sqrt{6}}$

2. खालील संख्यांच्या छेदांचे परिमेयीकरण करा.

i. $\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$ ii. $\dfrac{3}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$

iii. $\dfrac{4}{7+4\sqrt{3}}$ iv. $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

उकल:

i. $\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)} \times \dfrac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}$

... [अंशाला व छेदाला $\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)$ ने गुणून]

$= \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{7}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}$

...[$\because (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$]

$= \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{7-2}$

$\therefore \quad \mathbf{\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{5}}$

ii. $\dfrac{3}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}} = \dfrac{3}{\left(2\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)} \times \dfrac{\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)}$

... [अंशाला व छेदाला $\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)$ ने गुणून]

$= \dfrac{3\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{5}\right)^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2}$

...[$\because (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$]

$= \dfrac{3\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)}{4\times5 - 9\times2}$

$= \dfrac{3\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)}{20-18}$

$\therefore \quad \mathbf{\dfrac{3}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}} = \dfrac{3\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)}{2}}$

iii. $\frac{4}{7+4\sqrt{3}} = \frac{4}{(7+4\sqrt{3})} \times \frac{(7-4\sqrt{3})}{(7-4\sqrt{3})}$

... [अंशाला व छेदाला $(7-4\sqrt{3})$ ने गुणून]

$= \frac{4(7-4\sqrt{3})}{(7)^2-(4\sqrt{3})^2}$

...[$\because$ (a – b)(a + b) = $a^2 - b^2$]

$= \frac{4(7-4\sqrt{3})}{49-16\times 3}$

$= \frac{4(7-4\sqrt{3})}{49-48}$

$= \frac{4(7-4\sqrt{3})}{1}$

$\therefore$ $\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{7+4\sqrt{3}}}$ **= 28 – 16 $\sqrt{3}$**

---

iv. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})} \times \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

... [अंशाला व छेदाला $(\sqrt{5}-\sqrt{3})$ ने गुणून]

$= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$

...[$\because$ (a – b)(a + b) = $a^2 - b^2$]

$= \frac{(\sqrt{5})^2 - 2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{5-3}$

...[$\because$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$]

$= \frac{5-2\sqrt{15}+3}{2}$

$= \frac{8-2\sqrt{15}}{2}$

$= \frac{2(4-\sqrt{15})}{2}$

$= 4 - \sqrt{15}$

$\therefore$ $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ **= 4 – $\sqrt{15}$**

चला अभ्यास करूया

केवलमूल्य

1. समजा, 'x' ही एक वास्तव संख्या आहे, तर त्याचे केवल (किंवा मॉड्यूलस) मूल्य '$|x|$' किंवा संख्यारेषेवरील शून्यापासूनचे तिचे अंतर असे दर्शवतात.

2. i. $|x| = x, \quad x > 0$ असताना
   जर x ही धन संख्या असेल तर x चे केवलमूल्य x असते.
   उदा. $|5| = 5$

   ii. $|x| = 0, \quad x = 0$ असताना
   जर x हा शून्य असेल तर x चे केवलमूल्य 0 असते.
   उदा. $|0| = 0$

   iii. $|x| = -x, \quad x < 0$ असताना
   जर x ही ऋण संख्या असेल तर त्याचे केवलमूल्य x च्या विरुद्ध असते.
   उदा. $|-3| = -(-3) = 3$

3. जर $|x| = a$, तर $x \pm a$

उदा. $|3x + 1| = 6$ सोडवा

उकल:

$|3x + 1| = 6$

$\therefore$ $3x + 1 = 6$ किंवा $3x + 1 = -6$

$\therefore$ $3x = 6 - 1$ किंवा $3x = -6 - 1$

$\therefore$ $3x = 5$ किंवा $3x = -7$

$\therefore$ $x = \mathbf{\frac{5}{3}}$ किंवा $x = \mathbf{\frac{-7}{3}}$

लक्षात ठेवा

i. कोणत्याही वास्तव संख्येचे केवलमूल्य ऋण नसते.

सरावसंच 2.5

1. किंमत काढा.

i. $|15 - 2|$ ii. $|4 - 9|$
iii. $|7| \times |-4|$

उकल:

i. $|15 - 2| = |13| = \mathbf{13}$

ii. $|4 - 9| = |-5| = \mathbf{5}$

iii. $|7| \times |-4| = 7 \times 4 = \mathbf{28}$

---

2. सोडवा.

i. $|3x - 5| = 1$ ii. $|7 - 2x| = 5$
iii. $\left|\frac{8-x}{2}\right| = 5$ iv. $\left|5+\frac{x}{4}\right| = 5$

उकल:

i. $|3x - 5| = 1$

$\therefore$ $3x - 5 = 1$ किंवा $3x - 5 = -1$

$\therefore$ $3x = 1 + 5$ किंवा $3x = -1 + 5$

$\therefore$ $3x = 6$ किंवा $3x = 4$

$\therefore$ $x = \mathbf{2}$ किंवा $x = \mathbf{\frac{4}{3}}$

ii. $|7 - 2x| = 5$

$\therefore$ $7 - 2x = 5$ किंवा $7 - 2x = -5$

$\therefore$ $7 - 5 = 2x$ किंवा $7 + 5 = 2x$

$\therefore$ $2x = 2$ किंवा $2x = 12$

$\therefore$ $x = \mathbf{1}$ किंवा $x = \mathbf{6}$

---

iii. $\left|\frac{8-x}{2}\right| = 5$

$\therefore$ $\frac{8-x}{2} = 5$ किंवा $\frac{8-x}{2} = -5.$

$\therefore$ $8 - x = 10$ किंवा $8 - x = -10$

$\therefore$ $x = \mathbf{-2}$ किंवा $x = \mathbf{18}$

---

iv. $\left|5 + \frac{x}{4}\right| = 5$

$\therefore$ $5 + \frac{x}{4} = 5$ किंवा $5 + \frac{x}{4} = -5$

$\therefore$ $\frac{x}{4} = 5 - 5$ किंवा $\frac{x}{4} = -5 - 5$

$\therefore$ $\frac{x}{4} = 0$ किंवा $\frac{x}{4} = -10$

$\therefore$ $x = \mathbf{0}$ किंवा $x = \mathbf{-40}$

संकीर्ण प्रश्नसंग्रह – 2

1. खालील प्रश्नांच्या बहुपर्यायी उत्तरांपैकी योग्य पर्याय निवडा.

i. खालीलपैकी अपरिमेय संख्या कोणती?

(A) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ (B) $\sqrt{5}$

(C) $\frac{3}{9}$ (D) $\sqrt{196}$

---

ii. खालीलपैकी अपरिमेय संख्या कोणती?

(A) 0.17

(B) $1.\overline{513}$

(C) $0.27\overline{46}$

(D) 0.101001000.....

---

iii. खालीलपैकी कोणत्या संख्येचे दशांश रूप अखंड आवर्ती असेल?

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{16}$

(C) $\frac{3}{11}$ (D) $\frac{137}{25}$

---

iv. संख्या रेषेवरील प्रत्येक बिंदू काय दर्शवतो?

(A) नैसर्गिक संख्या

(B) अपरिमेय संख्या

(C) परिमेय संख्या

(D) वास्तव संख्या

---

v. $0.\dot{4}$ या संख्येचे परिमेय रूप कोणते?

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{40}{9}$

(C) $\frac{3.6}{9}$ (D) $\frac{36}{9}$

---

vi. जर n ही पूर्ण वर्ग संख्या नसेल, तर $\sqrt{n}$ ही खालीलपैकी कोणती संख्या असेल?

(A) नैसर्गिक संख्या

(B) परिमेय संख्या

(C) अपरिमेय संख्या

(D) A, B, C हे तिन्ही पर्याय असू शकतात.

---

vii. खालीलपैकी कोणती संख्या करणी नाही?

(A) $\sqrt{7}$ (B) $\sqrt[3]{17}$

(C) $\sqrt[3]{64}$ (D) $\sqrt{193}$

---

viii. $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$ या करणीची कोटी किती?

(A) 3 (B) 2

(C) 6 (D) 5

---

ix. $2\sqrt{5} + \sqrt{3}$ या द्विपद करणीची अनुबद्ध जोडी कोणती?

(A) $-2\sqrt{5} + \sqrt{3}$ (B) $-2\sqrt{5} - \sqrt{3}$

(C) $2\sqrt{3} - \sqrt{5}$ (D) $\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

---

x. $|12 - (13+7) \times 4|$ ची किंमत किती?

(A) – 68

(B) 68

(C) – 32

(D) 32

उत्तरे:

i.	(B)	ii.	(D)	iii.	(C)
iv.	(D)	v.	(A)	vi.	(C)
vii.	(C)	viii.	(C)	ix.	(A)
x.	(B)				

क्लृप्ती:

ii. 0.101001000 चे दशांश रूप खंडितही नाही किंवा आवर्ती नाही. म्हणून ती अपरिमेय संख्या आहे.

iii. $\frac{3}{11}$

$11 = 1 \times 11$

$\frac{3}{11}$ चा छेद $2^m \times 5^n$ च्या रूपात नाही, त्यामुळे $\frac{3}{11}$ चे दशांश रूप अखंड आवर्ती आहे.

v. समजा $x = 0.\dot{4}$

$\therefore$ $10x = 4.\dot{4}$

$\therefore$ $10x - x = 4.\dot{4} - 0.\dot{4}$

$\therefore$ $9x = 4$

$\therefore$ $x = \frac{4}{9}$

vii. $\sqrt[3]{64} = 4$ ही अपरिमेय संख्या नाही.

viii. $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[3\times2]{5} = \sqrt[6]{5}$

$\therefore$ कोटी $= 6$

ix. $2\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ची अनुबद्ध जोडी $= 2\sqrt{5} - \sqrt{3}$ किंवा $-2\sqrt{5} + \sqrt{3}$

x. $|12 - (13+7) \times 4| = |12 - 20 \times 4|$
$= |12 - 80|$
$= |-68|$
$= 68$

2. खालील संख्या $\frac{p}{q}$ रूपात लिहा.

i. 0.555

ii. $29.\overline{568}$

iii. 9.315315.....

iv. 357.417417.....

v. $30.\overline{219}$

उकल:

i. $0.555 = \frac{0.555 \times 1000}{1 \times 1000} = \frac{555}{1000} = \frac{5\times111}{5\times200}$

$= \mathbf{\frac{111}{200}}$

ii. समजा, $x = 29.\overline{568}$ ...(i)

दोन्ही बाजूंना 1000 ने गुणून,

$1000\,x = 29568.\overline{568}$ ...(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$1000x - x = 29568.\overline{568} - 29.\overline{568}$

$\therefore$ $999x = 29539$

$\therefore$ $x = \frac{29539}{999}$

$\therefore$ $\mathbf{29.\overline{568} = \frac{29539}{999}}$

iii. समजा, $x = 9.315315\ldots$

$\therefore$ $x = 9.\overline{315}$ ...(i)

दोन्ही बाजूंना 1000 ने गुणून,

$1000x = 9315.\overline{315}$ ...(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$1000x - x = 9315.\overline{315} - 9.\overline{315}$

$\therefore$ $999x = 9306$

$\therefore$ $x = \frac{9306}{999} = \frac{9 \times 1034}{9 \times 111} = \frac{1034}{111}$

$\therefore$ $\mathbf{9.315315\ldots = \frac{1034}{111}}$

iv. समजा, $x = 357.417417\ldots$

$\therefore$ $x = 357.\overline{417}$ ...(i)

दोन्ही बाजूंना 1000 ने गुणून,

$1000x = 357417.\overline{417}$ ...(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$1000x - x = 357417.\overline{417} - 357.\overline{417}$

$\therefore$ $999x = 357060$

$\therefore$ $x = \frac{357060}{999} = \frac{3\times119020}{3\times333}$

$\therefore$ $\mathbf{357.417417... = \frac{119020}{333}}$

v. समजा, $x = 30.\overline{219}$ ...(i)

दोन्ही बाजूंना 1000 ने गुणून,

$\therefore$ $1000x = 30219.\overline{219}$ ...(ii)

(ii) मधून (i) वजा करून,

$1000x - x = 30219.\overline{219} - 30.\overline{219}$

$\therefore$ $999x = 30189$

$\therefore$ $x = \frac{30189}{999} = \frac{3\times10063}{3\times333}$

$\therefore$ $\mathbf{30.\overline{219} = \frac{10063}{333}}$

3. खालील संख्या दशांश रूपात लिहा.

i. $\frac{-5}{7}$ ii. $\frac{9}{11}$

iii. $\sqrt{5}$ iv. $\frac{121}{13}$

v. $\frac{29}{8}$

उकल:

i. $\frac{-5}{7} = -0.714285714285.....$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{-5}{7} = -0.\overline{714285}}$

ii. $\frac{9}{11} = 0.818181.....$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{9}{11} = 0.\overline{81}}$

iii.

	2.23606
	$\overline{5}.\overline{00}\,\overline{00}\,\overline{00}\,\overline{00}\,\overline{00}$
2 + 2	 – 4
42 + 2	100 – 84
443 + 3	1600 – 1329
4466 + 6	27100 – 26796
44720 + 0	30400 – 0
447206 + 6	3040000 – 2683236
447212	356764

$\therefore$ $\mathbf{\sqrt{5} = 2.23606.....}$

iv. $\frac{121}{13} = 9.307692307692.....$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{121}{13} = 9.\overline{307692}}$

v. $\frac{29}{8} = \frac{29 \times 125}{8 \times 125} = \frac{3625}{1000} = \mathbf{3.625}$

4. $5+\sqrt{7}$ ही संख्या अपरिमेय आहे हे दाखवा.

उकल:

समजा, $5 + \sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणून, आपल्याला 'a' आणि 'b' ($b \neq 0$), ह्या सहमूळ संख्या अशा मिळतात, की

$5 + \sqrt{7} = \frac{a}{b}$

$\therefore$ $\sqrt{7} = \frac{a}{b} - 5$

परंतु, 'a' आणि 'b' हे पूर्णांक आहेत, $\frac{a}{b} - 5$ ही परिमेय संख्या आहे म्हणून $\sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु, हे '$\sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे' याच्याशी विसंगत आहे.

$\therefore$ $5 + \sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे, असे मानणे चुकीचे आहे.

$\therefore$ **$5 + \sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.**

5. खालील करणी सोप्या रूपात लिहा.

i. $\frac{3}{4}\sqrt{8}$ ii. $-\frac{5}{9}\sqrt{45}$

उकल:

i. $\frac{3}{4}\sqrt{8} = \frac{3}{4} \times \sqrt{4 \times 2}$

$= \frac{3}{4} \times 2\sqrt{2}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{3}{4}\sqrt{8} = \frac{3}{2}\sqrt{2}}$

ii. $-\frac{5}{9}\sqrt{45} = -\frac{5}{9} \times \sqrt{9 \times 5}$

$= -\frac{5}{9} \times 3\sqrt{5}$

$\therefore$ $\mathbf{-\frac{5}{9}\sqrt{45} = \frac{-5}{3}\sqrt{5}}$

6. खालील करणींचा सोपा परिमेयीकरण गुणक लिहा.

i. $\sqrt{32}$ ii. $\sqrt{50}$

iii. $\sqrt{27}$ iv. $\frac{3}{5}\sqrt{10}$

v. $3\sqrt{72}$ vi. $4\sqrt{11}$

उकल:

i. $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

आता, $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4 \times 2 = 8$ ही परिमेय संख्या आहे.

$\therefore$ **$\sqrt{2}$ हा $\sqrt{32}$ चा सोपा परिमेयीकरण गुणक आहे.**

ii. $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$

आता, $5\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 5 \times 2 = 10$ ही परिमेय संख्या आहे.

$\therefore$ **$\sqrt{2}$ हा $\sqrt{50}$ चा सोपा परिमेयीकरण गुणक आहे.**

iii. $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$

आता, $3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 \times 3 = 9$ ही परिमेय संख्या आहे.

$\therefore$ **$\sqrt{3}$ हा $\sqrt{27}$ चा सोपा परिमेयीकरण गुणक आहे.**

iv. $\frac{3}{5}\sqrt{10} \times \sqrt{10} = \frac{3}{5} \times 10 = 6$ ही परिमेय संख्या आहे.

$\therefore$ **$\sqrt{10}$ हा $\frac{3}{5}\sqrt{10}$ चा सोपा परिमेयीकरण गुणक आहे.**

v. $3\sqrt{72} = 3\sqrt{36 \times 2} = 3 \times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$

आता, $18\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 18 \times 2 = 36$ ही परिमेय संख्या आहे.

$\therefore$ **$\sqrt{2}$ हा $3\sqrt{72}$ चा सोपा परिमेयीकरण गुणक आहे.**

vi. $4\sqrt{11} \times \sqrt{11} = 4 \times 11 = 44$ ही परिमेय संख्या आहे.

$\therefore$ **$\sqrt{11}$ हा $4\sqrt{11}$ चा सोपा परिमेयीकरण गुणक आहे.**

7. सोपे रूप दया.

i. $\frac{4}{7}\sqrt{147}+\frac{3}{8}\sqrt{192}-\frac{1}{5}\sqrt{75}$

ii. $5\sqrt{3}+2\sqrt{27}+\frac{1}{\sqrt{3}}$

iii. $\sqrt{216}-5\sqrt{6}+\sqrt{294}-\frac{3}{\sqrt{6}}$

iv. $4\sqrt{12}-\sqrt{75}-7\sqrt{48}$

v. $2\sqrt{48}-\sqrt{75}-\frac{1}{\sqrt{3}}$

उकल:

i. $\frac{4}{7}\sqrt{147}+\frac{3}{8}\sqrt{192}-\frac{1}{5}\sqrt{75}$

$= \frac{4}{7}\sqrt{49\times3}+\frac{3}{8}\sqrt{64\times3}-\frac{1}{5}\sqrt{25\times3}$

$= \frac{4}{7}\times7\sqrt{3}+\frac{3}{8}\times8\sqrt{3}-\frac{1}{5}\times5\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}$

$= (4+3-1)\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{4}{7}\sqrt{147}+\frac{3}{8}\sqrt{192}-\frac{1}{5}\sqrt{75}=6\sqrt{3}}$

---

ii. $5\sqrt{3}+2\sqrt{27}+\frac{1}{\sqrt{3}}$

$= 5\sqrt{3}+2\sqrt{9\times3}+\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$= 5\sqrt{3}+2\times3\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}$

$= 5\sqrt{3}+6\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}$

$= \left(5+6+\frac{1}{3}\right)\sqrt{3}$

$= \left(11+\frac{1}{3}\right)\sqrt{3}$

$= \frac{34}{3}\sqrt{3}$

$\therefore$ $\mathbf{5\sqrt{3}+2\sqrt{27}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{34}{3}\sqrt{3}}$

---

iii. $\sqrt{216}-5\sqrt{6}+\sqrt{294}-\frac{3}{\sqrt{6}}$

$= \sqrt{36\times6}-5\sqrt{6}+\sqrt{49\times6}-\frac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$= 6\sqrt{6}-5\sqrt{6}+7\sqrt{6}-\frac{3\sqrt{6}}{6}$

$= 6\sqrt{6}-5\sqrt{6}+7\sqrt{6}-\frac{1}{2}\sqrt{6}$

$= \left(6-5+7-\frac{1}{2}\right)\sqrt{6}$

$= \left(8-\frac{1}{2}\right)\sqrt{6}$

$= \left(\frac{16-1}{2}\right)\sqrt{6}$

$= \frac{15}{2}\sqrt{6}$

$\therefore$ $\mathbf{\sqrt{216}-5\sqrt{6}+\sqrt{294}-\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{15}{2}\sqrt{6}}$

---

iv. $4\sqrt{12}-\sqrt{75}-7\sqrt{48}$

$= 4\sqrt{4\times3}-\sqrt{25\times3}-7\sqrt{16\times3}$

$= 4\times2\sqrt{3}-5\sqrt{3}-7\times4\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3}-5\sqrt{3}-28\sqrt{3}$

$= (8-5-28)\sqrt{3}$

$= (-25)\sqrt{3}$

$\therefore$ $\mathbf{4\sqrt{12}-\sqrt{75}-7\sqrt{48}=-25\sqrt{3}}$

---

v. $2\sqrt{48}-\sqrt{75}-\frac{1}{\sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{16\times3}-\sqrt{25\times3}-\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$= 2\times4\sqrt{3}-5\sqrt{3}-\frac{1}{3}\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3}-5\sqrt{3}-\frac{1}{3}\sqrt{3}$

$= \left(8-5-\frac{1}{3}\right)\sqrt{3}$

$= \left(3-\frac{1}{3}\right)\sqrt{3}$

$= \frac{8}{3}\sqrt{3}$

$\therefore$ $\mathbf{2\sqrt{48}-\sqrt{75}-\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{8}{3}\sqrt{3}}$

---

8. छेदाचे परिमेयीकरण करा.

i. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ii. $\frac{2}{3\sqrt{7}}$

iii. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ iv. $\frac{1}{3\sqrt{5}+2\sqrt{2}}$

v. $\frac{12}{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

उकल:

i. $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

...[अंशाला व छेदाला $\sqrt{5}$ ने गुणून]

$= \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}}$

---

ii. $\frac{2}{3\sqrt{7}} = \frac{2}{3\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

... [अंशाला व छेदाला $\sqrt{7}$ ने गुणून]

$= \frac{2 \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{3 \times 7}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{2}{3\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{21}}$

---

iii. $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)} \times \frac{\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}$

... [अंशाला व छेदाला $\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$ ने गुणून]

$= \frac{1 \times \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}$

$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}$

...[$\because$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$]

$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}}$

---

iv. $\frac{1}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\left(3\sqrt{5} + 2\sqrt{2}\right)} \times \frac{\left(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}\right)}{\left(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}\right)}$

... [अंशाला व छेदाला $\left(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}\right)$ ने गुणून]

$= \frac{1 \times \left(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}\right)}{\left(3\sqrt{5} + 2\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}\right)}$

$= \frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{\left(3\sqrt{5}\right)^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2}$

...[$\because$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$]

$= \frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{9 \times 5 - 4 \times 2}$

$= \frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{45 - 8}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{1}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{37}}$

---

v. $\frac{12}{4\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{12}{\left(4\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)} \times \frac{\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}$

... [अंशाला व छेदाला $\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$ ने गुणून]

$= \frac{12\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(4\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}$

$= \frac{12\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}$

...[$\because$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$]

$= \frac{12\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{16 \times 3 - 2}$

$= \frac{12\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{48 - 2}$

$= \frac{12\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{46}$

$\therefore$ $\mathbf{\frac{12}{4\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{6\left(4\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{23}}$

बहुपर्यायी प्रश्न

1. खालीलपैकी कोणत्या परिमेय संख्येचे दशांश रूप खंडित असेल?

(A) $\frac{49}{6}$ (B) $\frac{800}{12}$

(C) $\frac{67}{30}$ (D) $\frac{97}{8}$

2. 8.686686.... या आवर्ती दशांशाचे $\frac{p}{q}$ हे रूप ________ असते.

(A) $\frac{86}{99}$ (B) $\frac{8678}{999}$

(C) $\frac{8686}{999}$ (D) $\frac{78}{99}$

3. $8.38\dot{7}$ हे $\frac{p}{q}$ रूपात रूपांतरित करण्यासाठी आपणास $8.38\dot{7}$ या संख्येला _______ गुणावे लागेल.

(A) 10 (B) 100
(C) 1000 (D) 10000

4. खालीलपैकी कोणती संख्या अपरिमेय नाही?

(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{8}$
(C) $\sqrt{6}+2$ (D) $\sqrt{16}+3$

5. ऋण संख्येचे वर्गमूळ हे _______ .

(A) वास्तव संख्या असते.
(B) अपरिमेय संख्या असते.
(C) वास्तव संख्या नसते.
(D) ऋण संख्या असते.

6. खालील पर्यायांपैकी कोणत्या करणी सजातीय नाहीत.

(A) $\sqrt{7}$, $\frac{1}{8}\sqrt{175}$, $-6\sqrt{343}$
(B) $5\sqrt{5}$, $6\sqrt{35}$, $\sqrt{125}$
(C) $\sqrt{11}$, $\sqrt{396}$, $\frac{5}{2}\sqrt{11}$
(D) $\sqrt{8}$, $\sqrt{288}$, $\sqrt{968}$

7. $\sqrt{80}$ चा परिमेयीकरण गुणक _______ आहे.

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$
(C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{10}$

8. $\sqrt[6]{8}$ या करणीची कोटी _______ आहे.

(A) 6 (B) $\frac{1}{6}$
(C) 8 (D) $\frac{1}{8}$

9. $7+\sqrt{6}$ ची अनुबद्ध जोडी _______ आहे.

(A) $7+\sqrt{6}$ (B) $7-\sqrt{6}$
(C) $-7-\sqrt{6}$ (D) यापैकी नाही.

10. $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$ या संख्येच्या छेदाचे परिमेयीकरण करण्यासाठी त्याच्या अंशाला व छेदाला _______ ने गुणावे लागेल.

(A) $\sqrt{7}+\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{7}-\sqrt{6}$
(C) $-\sqrt{7}+\sqrt{6}$ (D) यापैकी नाही.

11. वास्तव संख्येचे केवलमूल्य हे नेहमी _______ असते.

(A) धन
(B) ऋण
(C) धन किंवा ऋण
(D) निश्चित सांगता येत नाही.

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

सरावसंच 2.1 वर आधारित

1. खालील परिमेय संख्या दशांश रूपात लिहा.

i. $\frac{1}{5}$ ii. $\frac{17}{99}$ iii. $\frac{223}{400}$

2. खालील दशांश रूपातील संख्या $\frac{p}{q}$ रूपात लिहा.

i. $0.\overline{18}$ ii. $0.\overline{513}$
iii. $4.\overline{7}$ iv. $7.\overline{529}$
+v. 0.777..... +vi. 7.529529529...

सरावसंच 2.2 वर आधारित

1. $\sqrt{7}$, $-\sqrt{5}$ या संख्या संख्यारेषेवर दाखवा.

2. $6+\sqrt{7}$ ही संख्या अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

+3. ही संख्या $\sqrt{2}$ अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

सरावसंच 2.3 वर आधारित

1. पुढीलपैकी कोणत्या संख्या करणी आहेत ते सांगा.

i. $\sqrt{961}$ ii. $\sqrt{-6}$
iii. $\frac{1}{\sqrt{15}}$ iv. $3\sqrt{17}$
+v. $\sqrt[3]{8}$ +vi. $\sqrt[4]{8}$

2. खालील करणींमधील लहान-मोठेपणा ठरवा.

i. $5\sqrt{6}, 6\sqrt{5}$
ii. $4\sqrt{7}, 5\sqrt{2}$
iii. $3\sqrt{17}, 19\sqrt{2}$
+iv. $6\sqrt{2}, 5\sqrt{5}$
+v. $8\sqrt{3}, \sqrt{192}$
+vi. $7\sqrt{2}, 5\sqrt{3}$

3. सोपे रूप द्या.

i. $6\sqrt{32}-8\sqrt{72}+\sqrt{242}-\sqrt{2}$

ii. $\frac{1}{4}\sqrt{243}+\sqrt{\frac{27}{4}}$

iii. $\sqrt{5}-\frac{7}{2}\sqrt{80}+\frac{11}{4}\sqrt{720}$

+iv. $7\sqrt{3}+29\sqrt{3}$

+v. $7\sqrt{3}-29\sqrt{3}$

+vi. $13\sqrt{8}+\frac{1}{2}\sqrt{8}-5\sqrt{8}$

+vii. $8\sqrt{5}+\sqrt{20}-\sqrt{125}$

4. छेदाचे परिमेयीकरण करा.

i. $\frac{6}{\sqrt{3}}$ ii. $\frac{-5}{2\sqrt{5}}$

iii. $\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$ iv. $\frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

+v. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ +vi. $\frac{3}{2\sqrt{7}}$

+5. खालील करणींचे सोपे रूप लिहा.

i. $\sqrt{48}$ ii. $\sqrt{98}$

+6. करणींचा गुणाकार करा:

i. $\sqrt{7}\times\sqrt{42}$ ii. $\sqrt{50}\times\sqrt{18}$

+7. करणींचा भागाकार करा: $\sqrt{125}\div\sqrt{5}$

+8. $\sqrt{27}$ चा परिमेयकरण गुणक लिहा.

सरावसंच 2.4 वर आधारित

1. खालील संख्यांच्या छेदांचे परिमेयीकरण करा.

i. $\frac{6}{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ ii. $\frac{5\sqrt{2}}{7-\sqrt{2}}$

iii. $\frac{2\sqrt{5}-\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ iv. $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$

+v. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ +vi. $\frac{8}{3\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

सरावसंच 2.5 वर आधारित

1. किंमत काढा.

i. $|3-5|$ ii. $|15|+|-15|$

iii. $-|3|\times|7|$ iv. $|-3|\times|7|$

+v. $|3|$ +vi. $|-3|$

+vii. $|0|$ +viii. $|9-5|$

+ix. $|8-13|$ +x. $|8|-|-3|$

+xi. $|8|\times|4|$

2. सोडवा.

+i. $|x-5|=2$

ii. $|3x-5|=1$

iii. $\left|5-\frac{1}{2}x\right|=\frac{1}{4}$

उपक्रम / प्रकल्प

1. जाड कार्डबोर्डवर वेगवेगळ्या त्रिज्यांची वर्तुळे काढा. तीन, चार वर्तुळाकृती चकत्या कापा. प्रत्येक चकतीच्या कडेवरून दोरा फिरवून प्रत्येक वर्तुळाकृती चकतीचा परीघ मोजा. खालील सारणी पूर्ण करा.

अ.क्र.	त्रिज्या	व्यास (d)	परीघ (c)	गुणोत्तर = $\frac{c}{d}$
i.	7 सेमी			
ii.	8 सेमी			
iii.	5.5 सेमी			

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 23)

उत्तर: i. 14, 44, 3.1 ii. 16, 50.3, 3.1

iii. 11, 34.6, 3.1

वरील सारणीवरून $\frac{c}{d}$ हे गुणोत्तर प्रत्येक वेळी 3.1 च्या जवळपास येते, म्हणजे स्थिर असते हे लक्षात येईल. ते गुणोत्तर π या चिन्हाने दर्शवतात.

2. π ची अंदाजे किंमत काढण्यासाठी 11 सेमी, 22 सेमी व 33 सेमी लांबीचे तारेचे तुकडे घ्या. प्रत्येक तारेपासून वर्तुळ तयार करा. त्या वर्तुळांचे व्यास मोजा व खालील सारणी पूर्ण करा.

वर्तुळ क्र.	परीघ	व्यास	परीघ व व्यास यांचे गुणोत्तर
i.	11 सेमी		
ii.	22 सेमी		
iii.	33 सेमी		

परीघ व व्यास यांचे गुणोत्तर $\frac{22}{7}$ च्या जवळपास आले का याचा पडताळा घ्या. (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 24)

उत्तर: i. 3.5, $\frac{22}{7}$ ii. 7, $\frac{22}{7}$

iii. 10.5, $\frac{22}{7}$

$\therefore$ प्रत्येक वर्तुळाचा परीघ व व्यास यांचे गुणोत्तर $\frac{22}{7}$ आहे.

सराव परीक्षा

एकूण गुण: 25

1. खालील प्रश्नांना पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्या उत्तरांपैकी योग्य पर्याय निवडा. **[5]**

i. जेव्हा $\frac{p}{q}$ या परिमेय संख्यांचे दशांश रूप खंडित असते, तेव्हा q चे मूळ अवयव _______ एवढेच असतात.

(A) 2 किंवा 3 (B) 2 किंवा 7 (C) 2 आणि 5 (D) 5 आणि 3

ii. 0.3333….. ही संख्या $\frac{p}{q}$ रूपात अशी लिहिली जाते: ____

(A) $\frac{7}{3}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{3}{1}$

iii. $\sqrt[4]{48}$ या करणीची सोप्या स्वरूपातील मांडणी ________ ही आहे.

(A) $2\sqrt[4]{6}$ (B) $4\sqrt[4]{3}$ (C) $2\sqrt[4]{3}$ (D) $2\sqrt[4]{2}$

iv. खालीलपैकी कोणती संख्या करणी आहे?

(A) $\sqrt{-5}$ (B) $\sqrt{484}$ (C) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ (D) $\sqrt{121}$

v. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{70}}$ या करणीची कोटी ________ आहे.

(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 12

2. खालील उपप्रश्न सोडवा. **[3]**

i. $\frac{7}{8}$ या परिमेय संख्यांचे दशांश रूप खंडित असेल की अखंड आवर्ती असेल ते लिहा.

ii. खालील करणींच्या जोड्या सजातीय किंवा विजातीय आहेत हे ओळखा.

$\sqrt{20}$, $3\sqrt{5}$

iii. गुणाकार करा: $10\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$

3. खालीलपैकी कोणतेही तीन उपप्रश्न सोडवा. **[6]**

i. करणींची तुलना करा: $2\sqrt{6}$, $4\sqrt{2}$

ii. सरळरूप द्या: $\frac{-7}{4}\sqrt{10}$

iii. $\sqrt{10}$ ही संख्या संख्यारेषेवर दाखवा.

iv. $1.\dot{6}$ ही दशांश संख्या $\frac{p}{q}$ ह्या रूपात लिहा.

4. खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा. **[6]**

i. $4\sqrt{8} + \sqrt{32} - \frac{10}{\sqrt{2}}$

ii. $\frac{5}{4}\sqrt{48} - \frac{3}{8}\sqrt{192} + \frac{1}{9}\sqrt{243}$

iii. $3\sqrt{7} + 7\sqrt{63} + \frac{1}{\sqrt{7}}$

5. छेदाचे परिमेयीकरण करा.

i. $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ **[2]**

ii. $\frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{18}}$ **[3]**

उत्तरे

बहुपर्यायी प्रश्न

1. (D) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5. (C) 6. (B) 7. (C) 8. (A) 9. (B) 10. (A)
11. (A)

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

सरावसंच 2.1 वर आधारित:

1. i. 0.2 ii. $0.\overline{17}$ iii. 0.5575
2. i. $\frac{2}{11}$ ii. $\frac{19}{37}$ iii. $\frac{43}{9}$ iv. $\frac{7522}{999}$
   v. $\frac{7}{9}$ vi. $\frac{7522}{999}$

सरावसंच 2.3 वर आधारित

1. करणी: iii, iv, v, vi
2. i. $5\sqrt{6} < 6\sqrt{5}$ ii. $4\sqrt{7} > 5\sqrt{2}$ iii. $3\sqrt{17} < 19\sqrt{2}$ iv. $6\sqrt{2} < 5\sqrt{5}$
   v. $8\sqrt{3} = \sqrt{198}$ vi. $7\sqrt{2} > 5\sqrt{3}$
3. i. $-14\sqrt{2}$ ii. $\frac{15}{4}\sqrt{3}$ iii. $20\sqrt{5}$ iv. $36\sqrt{3}$
   v. $-22\sqrt{3}$ vi. $17\sqrt{2}$ vii. $5\sqrt{5}$
4. i. $2\sqrt{3}$ ii. $\frac{-\sqrt{5}}{2}$ iii. $\frac{\sqrt{34}}{2}$ iv. $\frac{5\sqrt{6}}{9}$
   v. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ vi. $\frac{3\sqrt{7}}{14}$
5. i. $4\sqrt{3}$ ii. $7\sqrt{2}$
6. i. $7\sqrt{6}$ ii. 30
7. 5
8. $\sqrt{3}$

सरावसंच 2.4 वर आधारित

1. i. $2\sqrt{3}-\sqrt{6}$ ii. $\frac{5\sqrt{2}(7+\sqrt{2})}{47}$ iii. $\frac{11-2\sqrt{10}}{9}$ iv. $\frac{42+17\sqrt{6}}{5}$
   v. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$ vi. $\frac{24\sqrt{2}-8\sqrt{5}}{13}$

सरावसंच 2.5 वर आधारित

1. i. 2 ii. 30 iii. –21 iv. 21
   v. 3 vi. 3 vii. 0 viii. 4
   ix. 5 x. 5 xi. 32
2. i. 7, 3 ii. 2, $\frac{4}{3}$ iii. $\frac{21}{2}, \frac{19}{2}$

सराव परीक्षा

1. i. C ii. C iii. C iv. C
   v. D
2. i. खंडित ii. सजातीय करणी iii. 90
3. i. $2\sqrt{6} < 4\sqrt{2}$ ii. $-\sqrt{\frac{245}{8}}$ iv. $\frac{5}{3}$
4. i. $7\sqrt{2}$ ii. $3\sqrt{3}$ iii. $\frac{169}{7}\sqrt{7}$
5. i. $\frac{5}{2}\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)$ ii. $\frac{114-41\sqrt{6}}{30}$